LXXVI Московская математическая олимпиада

Первый день 11 класс 10.03.2013

Задача № 1. Два приведённых квадратных трёхчлена имеют общий корень, а дискриминант их суммы равен сумме их дискриминантов.

Докажите, что тогда дискриминант хотя бы одного из этих двух трёхчленов равен нулю.

Задача № 2. Найдите все пары простых чисел p и q, обладающие следующим свойством: $7p+1$ делится на q, а $7q+1$ делится на p.

Задача № 3. Дан такой выпуклый четырёхугольник $ABCD$, что $AB = BC$ и $AD = DC$. Точки K, L и M — середины отрезков AB, CD и AC соответственно. Перпендикуляр, проведённый из точки A к прямой BC, пересекается с перпендикуляром, проведённым из точки C к прямой AD, в точке H. Докажите, что прямые KL и HM перпендикулярны.

Задача № 4. Можно ли так раскрасить все клетки бесконечной клетчатой плоскости в белый и чёрный цвета, чтобы каждая вертикальная прямая и каждая горизонтальная прямая пересекали конечное число белых клеток, а каждая наклонная прямая — конечное число чёрных?

Задача № 5. 'Три спортсмена стартовали одновременно из точки A и бежали по прямой в точку B каждый со своей постоянной скоростью. Добежав до точки B, каждый из них мгновенно повернул обратно и бежал с другой постоянной скоростью к финишу в точке A. Их тренер бежал рядом и всё время находился в точке, сумма расстояний от которой до участников забега была наименьшей. Известно, что расстояние от A до B равно 60 м и все спортсмены финишировали одновременно. Мог ли тренер пробежать меньше 100 м?

Задача № 6. Две команды шахматистов одинаковой численности сыграли матч: каждый сыграл по одному разу с каждым из другой команды. В каждой партии давали 1 очко за победу, $\frac{1}{2}$ — за ничью и 0 — за поражение. В итоге команды набрали поровну очков. Докажите, что какие-то два участника матча тоже набрали поровну очков, если в обеих командах было: а) по 5 шахматистов; б) произвольное равное число шахматистов.

XI устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 14 апреля 2013 года.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXVI Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 31 марта 2013 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo/

LXXVI Московская математическая олимпиада

Первый день 11 класс 10.03.2013

Задача № 1. Два приведённых квадратных трёхчлена имеют общий корень, а дискриминант их суммы равен сумме их дискриминантов.

Докажите, что тогда дискриминант хотя бы одного из этих двух трёхчленов равен нулю.

Задача № 2. Найдите все пары простых чисел p и q, обладающие следующим свойством: $7p+1$ делится на q, а $7q+1$ делится на p.

Задача № 3. Дан такой выпуклый четырёхугольник $ABCD$, что $AB = BC$ и $AD = DC$. Точки K, L и M — середины отрезков AB, CD и AC соответственно. Перпендикуляр, проведённый из точки A к прямой BC, пересекается с перпендикуляром, проведённым из точки C к прямой AD, в точке H. Докажите, что прямые KL и HM перпендикулярны.

Задача № 4. Можно ли так раскрасить все клетки бесконечной клетчатой плоскости в белый и чёрный цвета, чтобы каждая вертикальная прямая и каждая горизонтальная прямая пересекали конечное число белых клеток, а каждая наклонная прямая — конечное число чёрных?

Задача № 5. 'Три спортсмена стартовали одновременно из точки A и бежали по прямой в точку B каждый со своей постоянной скоростью. Добежав до точки B, каждый из них мгновенно повернул обратно и бежал с другой постоянной скоростью к финишу в точке A. Их тренер бежал рядом и всё время находился в точке, сумма расстояний от которой до участников забега была наименьшей. Известно, что расстояние от A до B равно 60 м и все спортсмены финишировали одновременно. Мог ли тренер пробежать меньше 100 м?

Задача № 6. Две команды шахматистов одинаковой численности сыграли матч: каждый сыграл по одному разу с каждым из другой команды. В каждой партии давали 1 очко за победу, $\frac{1}{2}$ — за ничью и 0 — за поражение. В итоге команды набрали поровну очков. Докажите, что какие-то два участника матча тоже набрали поровну очков, если в обеих командах было: а) по 5 шахматистов; б) произвольное равное число шахматистов.

XI устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 14 апреля 2013 года.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXVI Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 31 марта 2013 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo/