LXXVI Московская математическая олимпиада

9 класс 10.03.2013

Задача № 1. На круглом столе через равные промежутки лежат пирожные. Игорь ходит вокруг стола и съедает каждое третье встреченное пирожное (каждое пирожное может быть встречено несколько раз). Когда на столе не осталось пирожных, он заметил, что последним взял пирожное, которое встретил первым, и прошёл ровно 7 кругов вокруг стола. Сколько было пирожных?

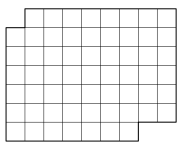
Задача № 2. В треугольнике ABC, где угол B прямой, а угол A меньше угла C, проведена медиана BM. На стороне AC взята точка L так, что $\angle ABM = \angle MBL$. Описанная окружность треугольника BML пересекает сторону AB в точке N. Докажите, что $AN = BL$.

Задача № 3. Про положительные числа a, b, c, d, e известно, что

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de.$$

Докажите, что среди этих чисел найдутся такие три, что не существует треугольника с такими длинами сторон.

Задача № 4. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две равные части.



Задача № 5. Назовём точку на плоскости узлом, если обе её координаты — целые числа. Дан треугольник с вершинами в узлах, внутри него расположено не меньше двух узлов. Докажите, что среди узлов внутри треугольника можно выбрать такие два узла, что проходящая через них прямая содержит одну из вершин треугольника или параллельна одной из сторон треугольника.

Задача № 6. Сто мудрецов хотят проехать на электричке из 12 вагонов от первой до 76-й станции. Они знают, что на первой станции в два вагона электрички сядут два контролёра. После четвёртой станции на каждом перегоне один из контролёров будет переходить в соседний вагон, причём они ходят по очереди. Мудрец видит контролёра, только если он в соседнем вагоне или через вагон. На каждой станции каждый мудрец может перебежать по платформе не далее, чем на три вагона (например, из 7-го вагона мудрец может добежать до любого вагона с номером от 4 до 10 и сесть в него). Какое максимальное число мудрецов сможет ни разу не оказаться в одном вагоне с контролёром, как бы контролёры ни перемещались? (Никакой информации о контролёрах, кроме указанной в задаче, мудрец не получает. Мудрецы договариваются о стратегии заранее.)

LXXVI Московская математическая олимпиада

9 класс 10.03.2013

Задача № 1. На круглом столе через равные промежутки лежат пирожные. Игорь ходит вокруг стола и съедает каждое третье встреченное пирожное (каждое пирожное может быть встречено несколько раз). Когда на столе не осталось пирожных, он заметил, что последним взял пирожное, которое встретил первым, и прошёл ровно 7 кругов вокруг стола. Сколько было пирожных?

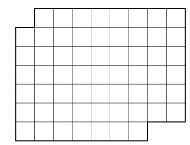
Задача № 2. В треугольнике ABC, где угол B прямой, а угол A меньше угла C, проведена медиана BM. На стороне AC взята точка L так, что $\angle ABM = \angle MBL$. Описанная окружность треугольника BML пересекает сторону AB в точке N. Докажите, что $AN = BL$.

Задача № 3. Про положительные числа a, b, c, d, e известно, что

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de.$$

Докажите, что среди этих чисел найдутся такие три, что не существует треугольника с такими длинами сторон.

Задача № 4. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две равные части.



Задача № 5. Назовём точку на плоскости узлом, если обе её координаты — целые числа. Дан треугольник с вершинами в узлах, внутри него расположено не меньше двух узлов. Докажите, что среди узлов внутри треугольника можно выбрать такие два узла, что проходящая через них прямая содержит одну из вершин треугольника или параллельна одной из сторон треугольника.

Задача № 6. Сто мудрецов хотят проехать на электричке из 12 вагонов от первой до 76-й станции. Они знают, что на первой станции в два вагона электрички сядут два контролёра. После четвёртой станции на каждом перегоне один из контролёров будет переходить в соседний вагон, причём они ходят по очереди. Мудрец видит контролёра, только если он в соседнем вагоне или через вагон. На каждой станции каждый мудрец может перебежать по платформе не далее, чем на три вагона (например, из 7-го вагона мудрец может добежать до любого вагона с номером от 4 до 10 и сесть в него). Какое максимальное число мудрецов сможет ни разу не оказаться в одном вагоне с контролёром, как бы контролёры ни перемещались? (Никакой информации о контролёрах, кроме указанной в задаче, мудрец не получает. Мудрецы договариваются о стратегии заранее.)

XI устная олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 14 апреля 2013 года.
Подробную информацию смотрите на сайте http://olympiads.mccme.ru/ustn/

Закрытие LXXVI Московской математической олимпиады
пройдёт в субботу 31 марта 2013 года в Главном здании МГУ.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru/mmo/