1. Задача 1

В прилагаемом файле (см. следующую страницу) приведено заочное задание для 8 класса. Распечатайте бланк, скачанный при регистрации на очный нулевой тур Московской олимпиады по физике, в достаточном количестве экземпляров. На страницах бланка от руки напишите развёрнутые решения прилагаемых задач. Сфотографируйте страницы с Вашими решениями так, чтобы текст и номер бланка были чётко видны. Создайте архив фотографий с решениями и прикрепите к заданию. Развёрнутые решения задач оцениваются из 24 очков (по 6 очков за развёрнутое решение каждой задачи).

2. Задача 2

Чему равно максимально возможное отношение скорости велосипедиста к скорости пешехода в задаче 1? За правильный ответ даётся 2 очка.

Ответ: 5,5

3. Задача 3

Чему равно минимально возможное отношение скорости велосипедиста к скорости пешехода в задаче 1? За правильный ответ даётся 2 очка.

Ответ: 2,75

4. Задача 4

Чему равно отношение массы груза к массе линейки в задаче 2? За правильный ответ даётся 2 очка.

Ответ: 1

5. Задача 5

Чему равно отношение плотности груза к плотности воды в задаче 2? За правильный ответ даётся 2 очка.

Ответ: 1,5

6. Задача 6

Чему равно минимальное значение объёма алюминия в задаче 3? Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до сотых. За правильный ответ даётся 4 очка.

Ответ: 0,33

7. Задача 7

Какая температура в градусах Фаренгейта соответствует температуре -273 градуса Цельсия в задаче 4? За правильный ответ даётся 4 очка.

Ответ: -459,4

Возможные решения задач. Критерии оценок и присуждения грамот

Авторы задач:
Д.Б. Азнауров, С.Д. Варламов, И.Н. Горбатый, Е.А. Мажник, И.В. Маслов, О.Ю. Шведов

Заочное задание для 7–10 классов состоит из четырёх задач. За решение каждой задачи участник получает до +4 очков по результатам автоматической проверки ответов и до +6 очков на основании проверки развёрнутого ответа. Всего участник может получить до 40 очков.

Участники, набравшие по итогам заочного задания не менее 30 очков из 40, награждаются грамотами призёра нулевого тура. Участники, набравшие не менее 10 очков из 40, награждаются грамотами за успешное выполнение заочного задания по данной параллели.

Задача 1 (7–9 классы). Велосипедист Владислав и пешеход Ярослав участвуют в гонках, начав движение одновременно в одном направлении с отметки «Старт». Часы Владислава показывали:
- в момент старта — 11:15;
- в момент, когда Владислав проехал один круг и вновь оказался на отметке «Старт», — 11:23;
- в момент, когда Владислав обогнал Ярослава, проехав ровно на один круг больше, — 11:26.

Каким может быть отношение скорости Владислава к скорости Ярослава? Скорости движения как велосипедиста, так и пешехода считайте постоянными. При решении задачи учитывайте, что часы Владислава показывают только часы и минуты (секунды не показывают). В частности, в моменты времени от 11 ч 15 мин. до 11 ч 16 мин. часы показывают 11:15.

Возможное решение. Пусть t_1 — момент старта, t_2 — момент времени, когда Владислав проехал один круг, t_3 — момент обгона. При этом $t_1 < t_2 < t_3$.

По условию, пешеход прошёл расстояние от старта до момента обгона за время $t_3 - t_1$; велосипедист же прошёл это же расстояние за время $t_3 - t_2$. Отношение k скорости велосипедиста к скорости пешехода равно обратному отношению этих времён:

$$k = \frac{t_3 - t_1}{t_3 - t_2}. \tag{1}$$

Также данное отношение можно записать как:

$$k = 1 + \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_2}. \tag{2}$$

Поскольку моменты времени t_1, t_2 и t_3 известны с некоторой погрешностью, исследуем, в каком случае отношение k будет больше и в каком — меньше. К увеличению k приводят:

√ уменьшение t_1 (см. (1));

√ увеличение t_2 (см. (1));

√ уменьшение t_3 (см. (2)).

К уменьшению k приводят:

√ увеличение t_1 (см. (1));

√ уменьшение t_2 (см. (1));

√ увеличение t_3 (см. (2)).

Следовательно, максимальное значение k достигается, когда $t_1 = 11$ ч 15 мин., $t_2 = 11$ ч 24 мин., $t_3 = 11$ ч 26 мин. В этом случае $k = 5,5$.

Минимальное значение k достигается, когда $t_1 = 11$ ч 16 мин., $t_2 = 11$ ч 23 мин., $t_3 = 11$ ч 27 мин. В этом случае $k = 2,75$.

Ответ: Отношение скорости велосипедиста к скорости пешехода может быть в интервале от 2,75 до 5,5.

Критерии оценок развёрнутого решения. Участник, в том или ином виде применивший формулу, связывающую скорость, время и расстояние, получает +1 очко. Участник, получивший формулу (1) или равносильную, получает +2 очка (+1 очко, если отношение скоростей найдено только для конкретных значений моментов времени). Участник, верно указавший моменты времени, соответствующие максимально и минимально возможным значениям отношения k, получает +2 очка. За полное обоснование выбора оптимальных моментов времени участник получает +1 очко.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +2 очка за правильно указанное минимально возможное отношение скорости велосипедиста к скорости пешехода и +2 очка за правильно указанное максимально возможное отношение скорости велосипедиста к скорости пешехода.

Задача 1 (10 класс). Тело бросили с поверхности земли вертикально вверх. Спустя 2 секунды после броска тело ещё двигалось вверх, а спустя 6 секунд после броска — уже находилось на земле. На какой высоте могло находиться тело в верхней точке траектории? Столкновение тела с землёй считайте абсолютно неупругим, ускорение свободного падения 10 м/с^2, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Возможное решение. Введём обозначения: $t_1 = 2$ с, $t_2 = 6$ с, $g = 10$ м/с^2. Пусть v_0 — начальная скорость тела.

В момент времени t_1 вертикальная проекция скорости тела $v_0 - gt_1$ положительна, отсюда $v_0 > gt_1$.

Промежуток времени t_2 должен быть больше, чем время полёта тела $2v_0/g$. Следовательно, $v_0 < gt_2/2$.

Поскольку высота тела, брошенного вверх со скоростью v_0, в верхней точке траектории равна $H = v_0^2/(2g)$, получаем: $gt_1^2/2 < H < gt_2^2/8$. Подстановка числовых значений даёт 20 м $< H <$ 45 м.

Ответ: Тело в верхней точке траектории могло находиться на высоте от 20 м до 45 м.

Критерии оценок развёрнутого решения. Участник, получивший соотношение $v_0 > gt_1$ или равносильное, получает +2 очка. Участник, получивший соотношение $v_0 < gt_2/2$ или равносильное, получает +2 очка. За получение окончательного ответа на вопрос задачи участник получает +2 очка.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +2 очка за правильно указанное минимально возможное значение высоты тела в верхней точке траектории и +2 очка за правильно указанное максимально возможное значение высоты тела в верхней точке траектории.

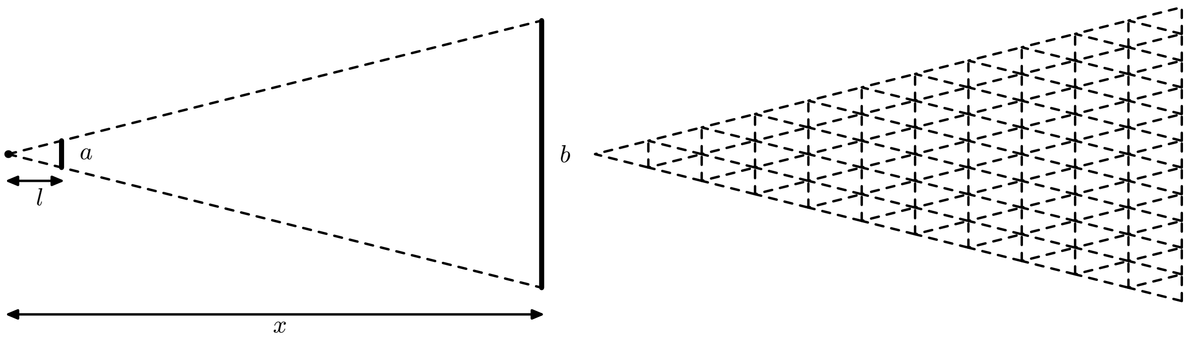
Задача 2 (7 класс). Для определения расстояния до удалённых предметов школьник Вася измерил длину своего большого пальца на правой руке (65 мм) и расстояние от своего правого глаза до пальца на вытянутой вперёд руке (65 см).

(а) Сидя дома, Вася рассматривает через окно соседний дом и обнаруживает, что большой палец на вытянутой руке закрывает целых пять этажей дома напротив. Оцените расстояние от дома Васи до соседнего дома, считая высоту одного этажа равной 2,5 м.

(б) С балкона Вася видит вдали Останкинскую телевизионную башню, высота которой 540 м. Палец Васи на вытянутой руке оказался больше башни в 3 раза. На каком расстоянии от дома Васи находится эта башня?

Возможное решение. Пусть $a = 65$ мм — длина пальца, $l = 65$ см — расстояние от глаза до пальца на вытянутой вперёд руке, x — расстояние до удалённого предмета, b — длина удалённого предмета.

Как вытекает из рисунка, если расстояние до удалённого предмета в n раз больше l, длина удалённого предмета будет также в n раз больше a:



Следовательно, должна соблюдаться пропорция:

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{l}$$

и

$$x = lb/a = 10b.$$

В пункте (а) $b = 12,5$ м и $x = 125$ м. В пункте (б) $b = 540 * 3 = 1620$ м и $x = 16,2$ км.

Ответ: Расстояние до дома равно 125 м, расстояние до Останкинской башни равно 16,2 км.

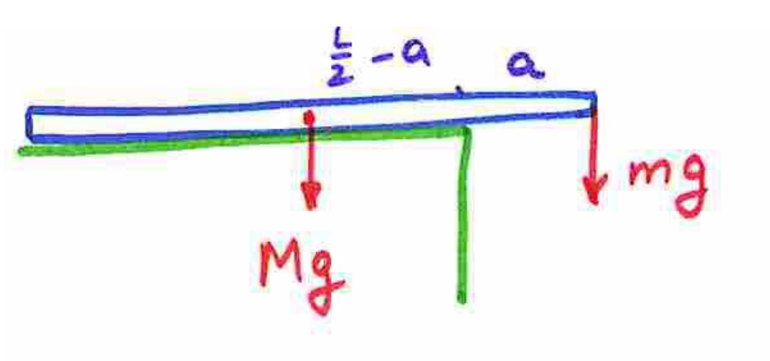
Критерии оценок развёрнутого решения. Участник, в любой форме использовавший идею о пропорциональности $b : a = x : l$, получает +6 очков.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +2 очка за правильно указанное расстояние от Васи до соседнего дома и +2 очка за правильно указанное расстояние от Васи до Останкинской башни.

Задача 2 (8–10 классы). Экспериментатор проводит опыты с однородной деревянной линейкой длиной 40 см и грузиком. Оказалось, что если уравновешивать линейку с грузиком на краю стола, то линейка начинает падать, когда длина её выступающей части превосходит 10 см (грузик при этом подвешивают на нитку за конец линейки). Если же при этом опустить грузик в стакан с водой, плотность которой равна 1000 кг/м^3, эта длина становится равной 15 см (грузик при этом оказывается полностью погружён в воду). Определите отношение массы груза к массе линейки и плотность груза.

Возможное решение. Пусть $L = 40$ см — длина линейки, $a = 10$ см, $b = 15$ см — длины выступающей части линейки в двух опытах, m — масса груза, M — масса линейки, $\rho_0 = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, ρ — плотность грузика.

Пусть длина выступающей части линейки равна a. К линейке приложены силы mg — на расстоянии a от оси вращения и Mg на расстоянии $L/2-a$ от оси вращения. Поскольку линейка находится в равновесии, на основе правила рычага получим: $mga = Mg(L/2-a)$ и $M/m = a/(L/2-a) = 1$.

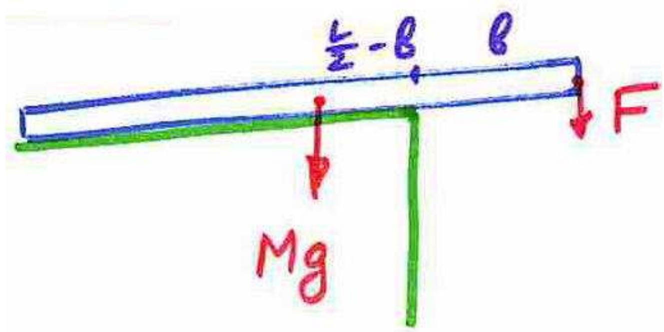


Пусть длина выступающей части линейки равна b. К концу линейки приложена сила F, равная разности силы тяжести mg, действующей на груз, и силы Архимеда $\rho_0 g \cdot m/\rho$: $F = mg(1-\rho_0/\rho)$. К середине линейки, на расстоянии $L/2-b$ от оси вращения, приложена сила Mg. По правилу рычага, $Fb = Mg(L/2-b)$. Отсюда

$$mg(1-\rho_0/\rho)b = Mg(L/2-b)$$

и

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \frac{M}{m}\frac{L/2 - b}{b} = \frac{2}{3}.$$



Ответ: Отношение массы груза к массе линейки равно 1, отношение плотности груза к плотности воды равно 3/2.

Критерии оценок развёрнутого решения. Участник, обоснованно нашедший отношение масс груза и линейки, получает +2 очка. Если по данному пункту не получен правильный ответ, участник может получить +1 очко за высказанную идею применить правило рычага. Участник, обоснованно нашедший отношение плотности груза к плотности воды, получает +4 очка. Если по данному пункту не получен правильный ответ, участник может получить +1 очко за правильно использованную формулу для силы Архимеда, действующую на груз.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +2 очка за правильно указанное отношение массы груза к массе линейки и +2 очка за правильно указанное отношение плотности груза к плотности воды.

Задача 3 (7–8 классы). Школьница Ирина исследует кубики с длиной ребра 1 см. При взвешивании серебряного кубика почему-то оказалось, что его масса меньше, чем масса железного кубика. Ирина предположила, что внутри серебряного кубика имеется кусок алюминия неизвестного объёма. Каким может быть объём алюминия, находящегося внутри серебряного кубика? Какой может быть масса серебра? А масса алюминия? Плотность серебра 10,3 г/см^3, алюминия 2,7 г/см^3, железа 7,8 г/см^3.

Возможное решение. Введём обозначения: $\rho_c = 10,3$ г/см^3 — плотность серебра, $\rho_a = 2,7$ г/см^3 — плотность алюминия, $\rho_0 = 7,8$ г/см^3 — плотность железа.

Пусть $V_0 = 1$ см^3 — объём кубика, V_a —объём алюминия, тогда $V_0 - V_a$ — объём серебра. По условию, масса серебряного кубика $\rho(V_0 - V_a) + \rho_a V_a$ должна быть меньше массы железного кубика $\rho_0 V_0$:

$$\rho(V_0 - V_a) + \rho_a V_a < \rho_0 V_0.$$

Следовательно,

$$V_a > \frac{\rho - \rho_0}{\rho - \rho_a} V_0 = 0,33\ \text{см}^3$$

В то же время, объём алюминия не может быть больше $V_0 = 1$ см^3.

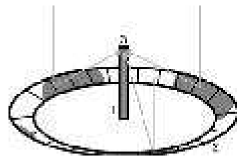
Масса серебра $\rho(V_0 - V_a)$ при этом должна быть меньше 6,9 г, а масса алюминия $\rho_a V_a$ должна быть в промежутке от 0,89 г до 2,7 г.

Ответ: Объём алюминия должен быть в интервале от 0,33 см^3 до 1 см^3, масса серебра — меньше 6,9 г, но больше нуля, масса алюминия — от 0,89 г до 2,7 г.

Критерии оценок развёрнутого решения. Участник, обоснованно получивший нижнюю границу для объёма алюминия, получает +2 очка, указавший верхнюю границу — ещё +1 очко. Участник, обоснованно нашедший максимально возможное значение массы серебра (с указанием, что масса серебра может быть и меньше данного значения), получает +1 очко. Участник, обоснованно получивший нижнюю границу для массы алюминия, получает +1 очко, указавший верхнюю границу — ещё +1 очко.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +4 очка за правильно указанное минимально возможное значение объёма алюминия.

Задача 3 (9–10 классы). Для кипячения воды предлагается использовать конструкцию следующего типа. Большое кольцо 2, ограниченное двумя концентрическими окружностями, покрыто высококачественными зеркалами, наклонёнными так, что весь отражаемый свет фокусируется в точку 3, где на высокой колонне 1 располагается резервуар с водой. Зеркала покрывают всё пространство между окружностями. Считая, что от зеркала отражается всё падающее на него излучение, а солнечные лучи перпендикулярны поверхности земли, оцените, сколько воды будет превращаться в пар за 1 секунду. Внутренний и внешний радиусы кольца равны 5 м и 10 м; мощность солнечного излучения, достигающего поверхности земли в расчёте на 1 м^2, равна 900 Вт; для нагревания 1 кг воды до кипения и превращения этой воды в пар требуется количество теплоты 2300 кДж.



Возможное решение. Обозначим через $Q_0 = 2300$ кДж количество теплоты, требуемое для нагревания и превращения $m_0 = 1$ кг воды в пар, $P_0 = 900$ Вт — мощность солнечного излучения, попадающего на $S_0 = 1$ м^2 поверхности земли, $r = 5$ м и $R = 10$ м — внутренний и внешний радиусы кольца, $\tau = 1$ с.

Падающая на зеркало мощность P относится к мощности P_0 так же, как площадь зеркала $\pi(R^2 - r^2)$ относится к площади S_0. Отсюда $P = P_0 \cdot \pi(R^2 - r^2)/S_0$. Масса испарившейся за время τ воды m относится к массе m_0 так же, как полученная энергия $P\tau$ относится к количеству теплоты Q_0; отсюда $m = m_0 P\tau/Q_0$ и

$$m = m_0 \frac{P_0 \pi(R^2 - r^2)\tau}{S_0 Q_0} = 0,092 \text{ кг} = 92 \text{ г}.$$

Ответ: За секунду в пар превращается 92 г воды.

Критерии оценок развёрнутого решения. За решение, доведенное до правильного ответа, участник получает +6 очков. Если решение не доведено до правильного ответа, участник может получить до +2 очков: по +1 очку за правильное нахождение мощности излучения, падающего на зеркало (или падающей за заданное время энергии), и за использование пропорциональности массы испарившейся воды и полученной энергии.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +4 очка за правильно указанную массу воды, превращающуюся в пар за секунду.

Задача 4 (7 класс). Школьница Алиса проводит опыты с термометром, на который нанесены две шкалы — шкала Цельсия и шкала Фаренгейта. Сравнивая шкалы, Алиса заметила, что увеличению температуры на 5 градусов Цельсия соответствует увеличение температуры на 9 градусов Фаренгейта. При этом комнатная температура составила 20 градусов Цельсия (20 °C), или 68 градусов Фаренгейта (68 °F). Запишите формулу, выражающую температуру по шкале Фаренгейта t_F через температуру по шкале Цельсия t_C. Какой температуре по шкале Фаренгейта соответствует температура плавления льда 0 °C? Температура кипения воды 100 °C? Абсолютный нуль −273 °C?

Возможное решение. По условию, при увеличении температуры в градусах Цельсия с 20 °C до t_C °C, то есть на $(t_C - 20)$ °C, температура по шкале Фаренгейта увеличивается на $9/5 \cdot (t_C - 20)$ °F. Следовательно,

$$t_F = 68 + 1,8 \cdot (t_C - 20) = 32 + 1,8 t_C.$$

В частности, температура плавления льда соответствует значению 32 °F, температура кипения воды — значению 212 °F, температура −273 °C — значению −459,4 °F.

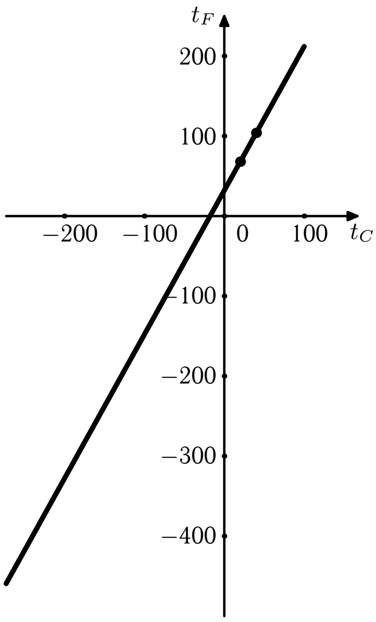
Ответ: Температуры в градусах Цельсия и Фаренгейта связаны соотношением $t_F = 68 + 1,8 \cdot (t_C - 20) = 32 + 1,8 t_C$. Температура плавления льда соответствует значению 32 °F, температура кипения воды — значению 212 °F, температура −273 °C — значению −459,4 °F.

Критерии оценок развёрнутого решения. Участник получает +4 очка за правильную формулу, связывающую температуры по Цельсию и Фаренгейту. За правильные значения температур плавления льда и кипения воды даётся по +1 очку.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +4 очка за правильно указанную температуру в градусах Фаренгейта, соответствующую температуре $-273\,^\circ$C.

Задача 4 (8 класс). Школьница Алиса проводит опыты с термометром, на который нанесены две шкалы — шкала Цельсия и шкала Фаренгейта. Сравнивая шкалы, Алиса заметила, что 20 градусов Цельсия ($20\,^\circ$C) соответствуют 68 градусам Фаренгейта ($68\,^\circ$F), а 40 градусов Цельсия ($40\,^\circ$C) — 104 градусам Фаренгейта ($104\,^\circ$F). Постройте график зависимости температуры по шкале Фаренгейта t_F от температуры по шкале Цельсия t_C, зная, что он является прямой линией. Запишите формулу, выражающую температуру по шкале Фаренгейта t_F через температуру по шкале Цельсия t_C. Какой температуре по шкале Фаренгейта соответствует температура плавления льда $0\,^\circ$C? Температура кипения воды $100\,^\circ$C? Абсолютный нуль $-273\,^\circ$C?

Возможное решение. График зависимости температуры по Фаренгейту от температуры по Цельсию приведён на рисунке.



Уравнение прямой, проходящей через точку $(t_C = 20; t_F = 68)$, можно записать как $t_F - 68 = k \cdot (t_C - 20)$, где k — некоторый коэффициент. Поскольку данная прямая должна проходить также через точку $(t_C = 40; t_F = 104)$, имеем: $104 - 68 = k \cdot (40 - 20)$ и $k = 1,8$. Следовательно,

$$t_F = 68 + 1,8 \cdot (t_C - 20) = 32 + 1,8t_C.$$

В частности, температура плавления льда соответствует значению $32\,^\circ$F, температура кипения воды — значению $212\,^\circ$F, температура $-273\,^\circ$C — значению $-459,4\,^\circ$F.

Ответ: Температуры в градусах Цельсия и Фаренгейта связаны соотношением $t_F = 68 + 1,8 \cdot (t_C - 20) = 32 + 1,8t_C$. Температура плавления льда соответствует значению $32\,^\circ$F, температура кипения воды — значению $212\,^\circ$F, температура $-273\,^\circ$C — значению $-459,4\,^\circ$F.

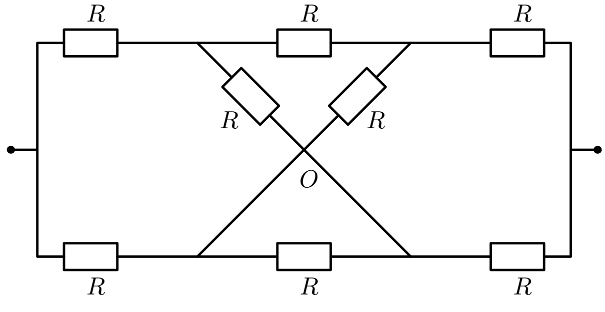
Критерии оценок развёрнутого решения. Участник получает +1 очко за правильный график и +3 очка за правильную формулу, связывающую температуры по Цельсию и Фаренгейту. За правильные значения температур плавления льда и кипения воды даётся по +1 очку.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +4 очка за правильно указанную температуру в градусах Фаренгейта, соответствующую температуре $-273\,^\circ$C.

Задача 4 (9–10 классы). Электрическая цепь состоит из одинаковых резисторов сопротивлением $R = 2,8$ кОм. Найдите общее сопротивление цепи в двух случаях:

(а) в точке O соединения нет;

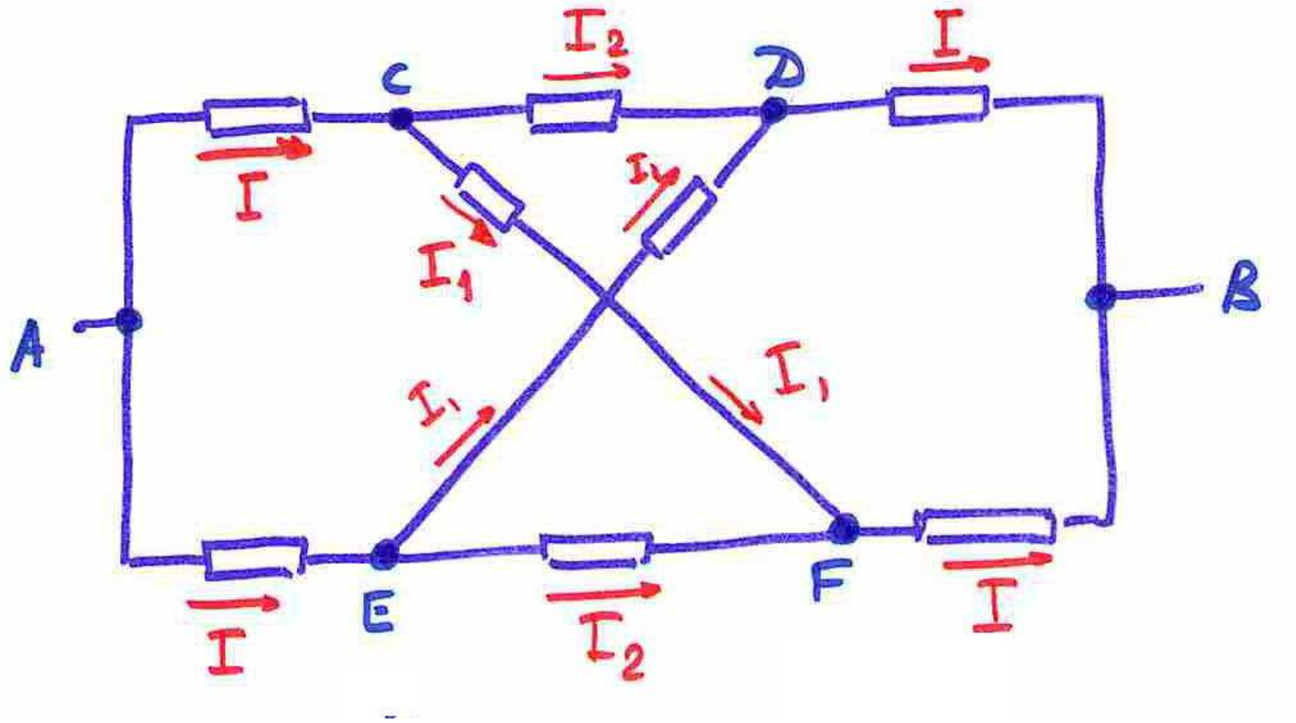
(б) в точке O соединение есть.



Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.

Возможное решение. Пусть к концам электрической цепи подключена батарейка с напряжением U.

(а) Пусть в точке O соединения нет. Изобразим на рисунке электрические токи.



Рассчитывая напряжение между точками A и B разными способами, получим:

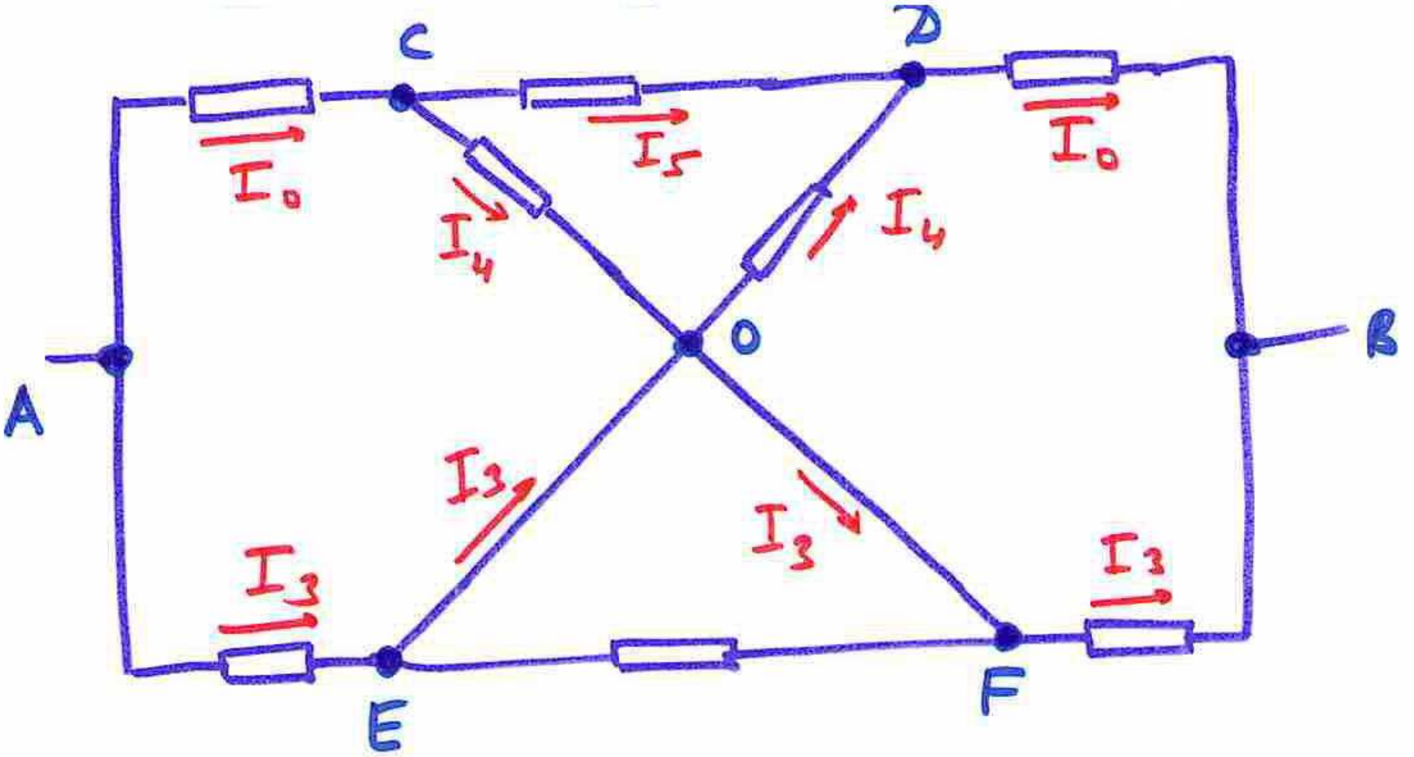
$\surd$ $U = IR + I_2R + IR$, путь $ACDB$;

$\surd$ $U = IR + I_1R + IR$, путь $ACFB$.

Следовательно, $I_1 = I_2$. Учитывая, что в точку C втекает ток I, а вытекают два равных тока I_1 и I_2, получим: $I_1 = I_2 = I/2$. Следовательно, $U = 2,5IR$; сила тока через батарейку составляет $2I$ и сопротивление цепи:

$$R_1 = \frac{2,5IR}{2I} = 1,25R = 3,5 \text{ кОм}.$$

(б) Пусть в точке O соединение есть. Изобразим на рисунке электрические токи.



Учтём, что на резисторе, подсоединенном к точкам E и F, напряжение и ток равны нулю. Рассчитывая напряжение между точками A и B разными способами, получим:

- $\surd$ $U = I_3R + I_3R$, путь $AEFB$ (отсюда $I_3 = U/(2R)$);
- $\surd$ $U = I_0R + I_5R + I_0R$, путь $ACDB$;
- $\surd$ $U = I_0R + I_4R + I_4R + I_0R$, путь $ACODB$.

Следовательно, $I_5 = 2I_4$. Учитывая, что в точку C втекает ток I_0, а вытекают два равных тока I_4 и $I_5 = 2I_4$, получим: $I_4 = I_0/3$, $I_5 = 2I_0/3$. Следовательно, $U = 8I_0R/3$ и $I_0 = 3U/(8R)$.

Общая сила тока через батарейку равна:

$$I_0 + I_3 = \frac{U}{2R} + \frac{3U}{8R} = \frac{7U}{8R}.$$

Следовательно, сопротивление цепи равно:

$$R_2 = \frac{U}{7U/(8R)} = \frac{8}{7}R = 3,2 \text{ кОм}.$$

Ответ: Если в точке O соединения нет, сопротивление цепи равно 3,5 кОм; если в точке O соединение есть, сопротивление цепи равно 3,2 кОм.

Критерии оценок развёрнутого решения. Участник получает +3 очка за обоснованный ответ на вопрос (а) и +3 очка за обоснованный ответ на вопрос (б). Если участник не дал обоснованного ответа ни на один из вопросов, он может получить +1 балл за правильное использование закона Ома.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). Участник получает +2 очка за правильно указанное значение сопротивления, когда в точке O соединения нет, и +2 очка за правильно указанное значение сопротивления, когда в точке O соединение есть.