

## LXXX МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

12 марта 2017 года • 11 класс, первый день

**Задача 1.** Найдите наименьшее натуральное число, кратное 80, в котором можно так переставить две его различные цифры, что получившееся число также будет кратно 80.

**Задача 2.** На вписанной окружности треугольника  $ABC$ , касающейся стороны  $AC$  в точке  $S$ , нашлась такая точка  $Q$ , что середины отрезков  $AQ$  и  $QC$  также лежат на вписанной окружности. Докажите, что  $QS$  — биссектриса угла  $AQC$ .

**Задача 3.** Пусть  $x_0$  — положительный корень уравнения  $x^{2017} - x - 1 = 0$ , а  $y_0$  — положительный корень уравнения  $y^{4034} - y = 3x_0$ .

а) Сравните  $x_0$  и  $y_0$ .

б) Найдите десятый знак после запятой числа  $|x_0 - y_0|$ .

**Задача 4.** Три велосипедиста ездят в одном направлении по круглому треку длиной 300 метров. Каждый из них движется со своей постоянной скоростью, все скорости различны. Фотограф сможет сделать удачный снимок велосипедистов, если все они окажутся на каком-либо участке трека длиной  $d$  метров. При каком наименьшем  $d$  фотограф рано или поздно заведомо сможет сделать удачный снимок?

**Задача 5.** На гранях единичного куба отметили 8 точек, которые служат вершинами меньшего куба. Найдите все значения, которые может принимать длина ребра этого куба.

**Задача 6.** В Чикаго орудует 36 преступных банд, некоторые из которых враждуют между собой. Каждый гангстер состоит в нескольких бандах, причем любые два гангстера состоят в разных наборах банд. Известно, что ни один гангстер не состоит в двух бандах, враждующих между собой. Кроме того, оказалось, что каждая банда, в которой не состоит некоторый гангстер, враждует с какой-то бандой, в которой данный гангстер состоит. Какое наибольшее количество гангстеров может быть в Чикаго?

---

**XV устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов**  
состоится 16 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mccme.ru/ustn/](http://olympiads.mccme.ru/ustn/)

---

Задачи, решения, информация о закрытии  
**LXXX Московской математической олимпиады**  
на сайте [www.mccme.ru/mmo/](http://www.mccme.ru/mmo/)