

Решение задач 7 класса

Задача 1

1) (10 баллов) Варианты действий для Элли:

Изумруды: покупаем по 0,04, прибавляем 26%, продаём по 0,025 (7 баллов: по 3 балла за перевод в одной валюты в другую, 1 балл за увеличение на 26%)

$$\text{Сумма через год} = \frac{1000}{0,04} * 1,26 * 0,025 = \frac{1000 * 100 * 1,26 * 25}{4 * 1000} = \frac{126 * 25}{4} < 1000$$

Жвачка вернут $1000 * 1,11 = 1110$ тугриков (2 балла)

Зелье отдадут 1210

Ответ: следует вложить тугрики в зелье (отдать Льву) (1 балл за ответ)

За арифметическую ошибку штраф 2 балла

2) (10 баллов) Порошок стоит 1000 тугриков, увеличится 2 раза на один и тот же процент. Итоговая сумма должна быть не ниже 1210.

$$1000(1 + x)(1 + x) \geq 1210$$

Нетрудно заметить, что x должен быть не ниже 0,1 или 10%

Особенности оценивания пункта 2):

Если указан ответ 10% – 5 баллов

Если указан ответ «строго больше 10%» – 8 баллов

Если использованы простые проценты (в том числе если дан верный ответ при неверном решении – 0 баллов)

За арифметическую ошибку штраф 2 балла

Задача 2

1) Чему равны ежегодные издержки фирмы Альфа, которые она несет при производстве товара Икс?

$$Q = 300 * 1,5 * 12 = 300 * 18 = 5400 \text{ в год (1 балл)}$$

$$\text{Издержки: зарплата } 110 * 300 * 12 = 396\ 000$$

$$\text{комплектующие } 70 * 5400 = 378\ 000$$

$$\text{топливо } 30 * 5400 = 162\ 000$$

$$\text{Электроэнергия } 120\ 000$$

$$\text{Перевозка } 20 * 5400 = 108\ 000$$

Итого издержки 1 164 000 в год (3 балла).

За каждую арифметическую ошибку вычитается по 1 баллу

2) Какую долю издержек фирма Альфа тратит на оплату труда?

$$\frac{396000}{1164000} = \frac{396}{1164} = 0,34 \text{ или } 34\% \text{ (2 балла)}$$

3) Чему равна прибыль, которую получает фирма Альфа?

Прибыль = выручка – издержки

$$\text{Выручка} = \text{цена} * \text{объём продаж} = 260 * 5400 = 1\ 404\ 000 \text{ (1 балл)}$$

$$\text{Прибыль} = 1\ 404\ 000 - 1\ 164\ 000 = 240\ 000 \text{ (1 балл)}$$

4) Чему равна рентабельность (отношение прибыли к издержкам) производства товара Икс?

$$\text{Рентабельность} = 240000 / 1164000 = 0,206 \text{ или } 20,6\% \text{ (2 балла)}$$

Штрафы: округление до 21% – сильная погрешность минус 1 балл

20,5% – небольшая погрешность – без штрафа

5) Стоит ли фирме Альфа заниматься производством товара Икс?

Стоит, потому что ее прибыль больше, чем доходы от сдачи помещения в аренду (1 балл).

б) Рассмотрев финансовые показатели, владельцы фирмы Альфа приняли решение не сдавать помещение завода в аренду, а продолжать производство товара Икс. Объясните, почему они могли принять такое решение (приведите не меньше двух аргументов).

А) Это выгоднее, чем сдавать в аренду

Б) В будущем прибыль может стать еще больше

(2 балла за один адекватный аргумент, еще 3 балла за второй)

7) Предположим, что владельцы фирмы Альфа приняли решение закрыть завод и сдать помещение в аренду. Почему мэрия города Н. может постараться не допустить этого (приведите не менее двух аргументов)?

А) сохранение рабочих мест

Б) производство важного товара

В) экономия на выплате пособий тем, кто потеряет работу

Г) налоговые доходы от деятельности фирмы

(по 2 балла за каждый адекватный аргумент, максимум 6 баллов)

8) Какие экономические меры может предпринять мэрия города Н. для того, чтобы не допустить закрытия завода (приведите не менее трёх мер, объяснив, как они могут действовать)?

Субсидирование выпуска

Субсидирование зарплаты

Государственные закупки

Штраф за закрытие

(по 2 балла за каждую адекватную меру с объяснением механизма, максимум 8 баллов)

9) Приведите не более двух аргументов в пользу нецелесообразности государственного вмешательства в ситуацию.

Экономия средств государственного бюджета

Изменение стимулов у предпринимателей

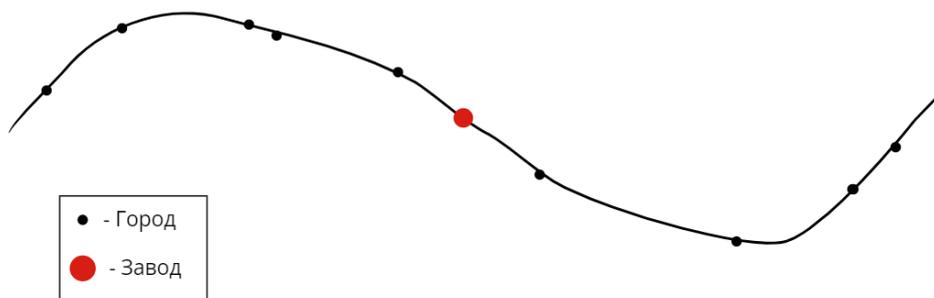
(2 балла за один адекватный аргумент, еще 3 балла за второй)

Задача 3

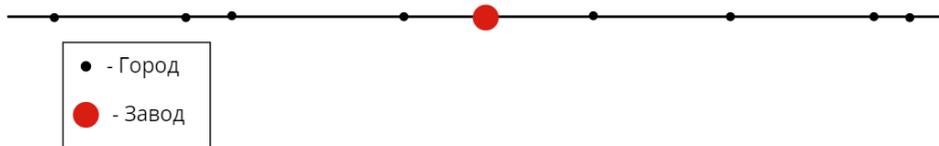
1 **(2 балла)**. Варианты рисунка, принимавшиеся как верные. Главное: на рисунке не должно быть очевидным, что города расположены на одном расстоянии и что завод расположен в середине (так как это первое явно не следовало из условия, а второе неверно для нечетного количества городов).

Например, должно было быть подписано, что завод может быть в любом месте, а расстояние между городами – произвольное.

Участники, верно строившие график зависимости стоимости перевозки от расстояния (функции $y = 100x$), также получали 2 балла.



Или



2. Способ 1 (решение с помощью полного перебора вариантов)

а) Если город один, выгоднее всего ставить завод там же, где и город. Тогда расстояние будет 0 (**1 балл**)

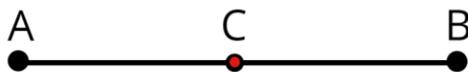
б) (**1 балл**) Если городов два, нужно ставить завод в любом между ними, в том числе в любом из городов, так как сумма расстояний равна длине отрезка AB ($AC + BC = AB$)



При этом, если завод будет с одной стороны от обоих городов (например, слева), расстояние будет равно $CA + AB$, что больше AB



в) (**2 балла**) Если городов три, то поставив завод в центральном городе (городе C), можно получить сумму расстояний равную $AB = AC + BC + 0$ (см б). Меньше получить невозможно т.к. в предыдущем пункте было доказано, что для двух городов расстояние не меньше AB .



г) (**2 балла**) Если городов четыре, рассмотрим пары городов AD и BC . Для случая с двумя городами было доказано, что минимальное расстояние от завода до двух любых городов, между которыми он размещён, равно расстоянию между этими городами. Тогда разбив города на пары можно получить, что сумма длин дорог равна сумме отрезков AD и BC (иначе говоря, завод должен быть расположен в любой точке между городами A и D , если рассматривать только их, и в любой точке между городами B и C , если рассматривать только их. Так как BC принадлежит AD , нужно разместить завод в любой точке на отрезке BC).

Итак, если построить завод между городами B и C или в них самих, сумма расстояний будет равна $(AE + ED) + (BE + EC) = AD + BC$.



Верное решение в общем виде (см. пункт 3)

3) (**8 баллов**)

Пусть городов чётное количество. Тогда докажем разными способами, что оптимально ставить между двумя центральными

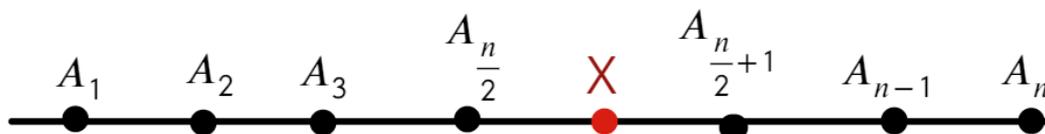
Оценка + пример:

Разобьём города на пары $[A_1, A_n], [A_2, A_{n-1}] \dots$ сумма дорог от завода до 2-х городов в одной паре не меньше, чем расстояние между ними. Значит сумма расстояний от завода до городов не может быть меньше, чем $A_1A_n + A_2A_{n-1} + \dots + A_{n/2}A_{n/2+1}$. Если ставить завод между $A_{n/2}$ и $A_{n/2+1}$, сумма расстояний будет именно такой

по индукции:

Докажем, что лучше всего ставить завод между двумя центральными городами. Для $n=2$ это доказано в предыдущем пункте задачи.

Для n по предположению индукции город стоит где-то между $A_{n/2-1}$ и $A_{n/2+2}$. Теперь у нас ситуация, когда нужно расположить завод относительно двух оставшихся и мы делаем это по такому же принципу (для $n=4$ доказано в предыдущем пункте задачи)



Если количество городов нечётно, то поставим завод в центральный город. Тогда сумма расстояний такая же, как и оптимальная без центрального города. Значит меньше мы получить точно не сможем (аналогично подобное доказано для $n=3$ в предыдущем пункте).

Критерии оценки:

Оба способа решения (а также любые адекватные полные варианты решения) – **8 баллов** если было доказано только для одной чётности, штраф – **2 балла**

если при доказательстве через оценку + пример была приведена только оценка, штраф – **4 балла**

за каждую логическую ошибку, не сильно изменившую ход доказательства, штраф **-1 балл**

за простой перебор случаев **0 баллов**

4) (**10 баллов**). Рассмотрим каждый город, в котором было 200 тысяч людей как 2 города по 100 человек. Тогда у нас не n городов, а $3n/2$ городов и если $3n/2$ не кратно двум, ставим в центральном городе (то есть $(3n/2+1)/2=(3n+2)/4$). Иначе, если $3n/2$ чётно, то между центральными (то есть между $3n/4$ и $3n/4+1$). Первые $n/2$ городов считаются за один каждый, а остальные города – за 2 (т.к. мы переводили города с 200000 населения в 2 города с населением 100000 жителей).

Тогда переводя обратно: в случае нечётного кол-ва $((3n+2)/4-n/2)=(n+2)/4$ – город начиная с которого идут по 200к жителей. Далее каждый второй город у нас идёт как новый. Значит ответ – город с номером $(n+2)/4 // 2 + 1 + n/2$, где $//$ – это целочисленное деление (сокращая получаем $(5n+10) // 8$).

Если количество городов чётное (что и рассмотрено в условии) же чётное: завод необходимо разместить между городами $3n/4$ и $3n/4+1$. Это $n/4$ и $n/4+1$ считая от середины. Переводя в изначальную нумерацию городов, укажем, что это города с номерами $n/4 // 2 + n/2 = 5n // 8$ и $(n/4+1) // 2 + n/2 = (5n+4) // 8$.

Критерии оценки:

Любые адекватные полные варианты решения оцениваются в **10 баллов**

Штрафы аналогичны предыдущему пункту.

Задача 4

1) Аргументы:

- Из-за репутации магазинов в магазины премиальной сети в основном ходят обеспеченные люди, которые намного меньше реагируют на цену, а более бедные слои населения покупают товары в основном в «Семерочку».
- В премиальном магазине лучше обслуживание, это требует дополнительных издержек, покупатели готовы доплачивать за это.
- У разных групп потребителей разный бюджет, следовательно разная чувствительность к цене на одни и те же товары

(до **5 баллов** за верное объяснение)

2) Аргументы:

Арбитраж невозможен, так как человек сам не сможет продавать в более дорогом магазине товары, купленные в более дешёвом, сама «Азбука» закупает у поставщиков товары оптом по ценам ниже, чем розничные цены в «Семёрочке»

Арбитраж возможен, если покупатель «Семёрочки» будет продавать товары своим знакомым, соседям и так далее (в случае, если участник отвечает, что арбитраж возможен, он должен каким-либо образом пояснить механизм арбитража)

(до 10 баллов за верное объяснение)

3) Аргументы:

В основном потребители жвачки – подростки с ограниченным бюджетом, сильно реагирующие на цену товара, поэтому «премиальным» магазинам нецелесообразно устанавливать высокие цены, так как клиент пойдет в другой магазин

Величина спроса на такие товары значительно зависит от цены, если цена изменится клиент клиенты уйдут к конкурентам.

Продавцы получают небольшую прибыль с каждой единицы товара, но с учетом большого продаж общая прибыль значительна.

(до 5 баллов за верное объяснение)