

Максимальный XOR

С помощью сортировки пузырьком можно получить любую перестановку цифр в обоих числах, меняя соседние. Это же верно и для итогового XOR, потому что если поменять соседние цифры на одинаковых позициях сразу в обоих числах, то они поменяются и в их XOR. Таким образом, получив какой-то XOR, мы всегда можем отсортировать в нём цифры по невозрастанию. Поэтому нам нужно получить как можно больше цифр F , дальше как можно больше E и так далее.

Чтобы решить задачу для $n \leq 8$, можно просто перебрать все перестановки цифр в первом числе, посчитать XOR со вторым, отсортировать в нём цифры невозрастанию и выбрать из таких XOR-ов наибольший.

Если a состоит только из нулей, то ответом будут цифры b , расположенные по невозрастанию.

Можно заметить, что в тестах, где a состоит только из цифр 0, 1, 2, 3 и b только из 0, 4, 8, C , записи a и b никогда не пересекаются по битам, поэтому оптимально отсортировать цифры a и b по невозрастанию.

Для следующих решений предпосчитаем da_i и db_i – количество цифр со значением i в a и в b соответственно.

Когда оба числа состоят только из цифр 0 и 1, нужно получить как можно больше единиц в итоговом XOR. Тогда в ответе будет префикс из $\min(da_0, db_1) + \min(da_1, db_0)$ единиц и суффикс из нулей.

Пусть в a только цифры со значениями w, v и в b только со значениями x, y . Тогда можно перебрать m – количество позиций, в которых стоят w и x . После чего через da_w, da_v, db_x, db_y и m однозначно вычисляется количество позиций с w и y , v и x , v и y . Тогда мы знаем, сколько цифр с каким значением в XOR сейчас, и можем выбрать лучший из результатов для разных m , сравнивая количества цифр $F, E, \dots 0$ в получающихся XOR-х.

Чтобы построить общее решение, будем перебирать цифры в результате от F до 0. Пусть мы уже рассмотрели все цифры больше d . Теперь нам нужно получить как можно больше цифр d , чтобы максимизировать ответ. Для этого переберем цифру x в первом числе. Тогда $x \text{ XOR } d$ – цифра из второго числа, дающая нужный XOR в паре с x . Будем приписывать к ответу d , пока $da_x > 0$ и $db_{x \text{ XOR } d} > 0$ и уменьшать da_x и $db_{x \text{ XOR } d}$ на 1.