

**11 класс**  
**Вариант 1**

**Задача 1**

Для контроля нефтяных и газовых месторождений используется метод гравитационно-измерительного контроля. Для этого на поверхности ставится постамент на котором измеряется ускорение свободного падения. По мере истощения нефтяного месторождения нефть в полостях замещается на воду из-за чего меняется гравитационное поле. При измерениях ускорения свободного падения необходимо учесть снежный слой на поверхности. Оказалось, что увеличение гравитационного поля за счет истощения месторождения оказалось таким же, что и от слоя снега толщиной 40 см плотностью  $\rho_c = 0,4 \text{ г/см}^3$ . Месторождение можно представить в виде губчатой породы в форме сферы радиусом 100 м, наполовину по объему заполненной нефтью плотностью  $\rho_H = 0,88 \text{ г/см}^3$ , которая при истощении была заполнена водой. Определите глубину центра месторождения.

**Возможное решение**

1) При замене нефти водой увеличивается плотность губчатой породы на

$$\Delta\rho = \frac{1}{2} \cdot (\rho_v - \rho_n) = 0,06 \text{ (г/см}^3\text{)}.$$

$\frac{1}{2}$  связана с тем, что нефть занимает только половину объема губчатой породы.

2) Дополнительная масса

$$\Delta M = \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta\rho.$$

3) Дополнительное гравитационное поле

$$\Delta g_n = \frac{G\Delta M}{L^2} = \frac{4\pi GR^3 \Delta\rho}{3L^2}.$$

4) Поле от снежного слоя можно посчитать таким же, как электрическое поле от равномерно заряженной плоскости. Поверхностная плотность массы  $\sigma_m = \rho_s \cdot h$ , поле от которой

$$\Delta g_s = 2\pi G\sigma_m = 2\pi G\rho_s h.$$

5) Приравнявая эти поля, получаем

$$\Delta g_s = \Delta g_n \Rightarrow \frac{4\pi GR^3 \Delta\rho}{3L^2} = 2\pi G\rho_s h \Rightarrow L = \sqrt{\frac{2\Delta\rho R^3}{3\rho_s h}} = 500\text{ м}.$$

**Критерии оценивания**

1. Записано  $\Delta\rho$  - 15 баллов
2. Найдена дополнительная масса - 15 баллов
3. Найдено дополнительное гравитационное поле - 10 баллов
4. Найдено поле от снежного слоя - 20 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

5. Приравнены поля и получен ответ - по 20 баллов

**Задача 2**

С поверхности нагретого до температуры  $T$  тела испускается энергия в виде электромагнитного излучения. Мощность излучения с единицы площади поверхности:

$$J = \epsilon\sigma T^4,$$

$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  — постоянная Стефана-Больцмана,  $\epsilon_s$  — степень черноты, безразмерная величина меньшая единицы, характеризующая свойства поверхности тела. Кроме излучательной способности, степень черноты описывает и поглощательную способность тела, она равна отношению поглощенной поверхностью энергии  $J_{\text{пог}}$  к падающей  $J_{\text{пад}}$ .

1) Определите мощность излучения с единицы поверхности Солнца, если  $\epsilon_s = 1$ ,  $T_s = 5327^\circ \text{С}$ .

2) Найдите полную мощность излучения Солнца, если его радиус  $R_s = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$ .

3) Какая мощность излучения падает на единицу площади поверхности перпендикулярной лучам Солнца на расстоянии от Солнца, равному радиусу орбиты Земли  $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ?

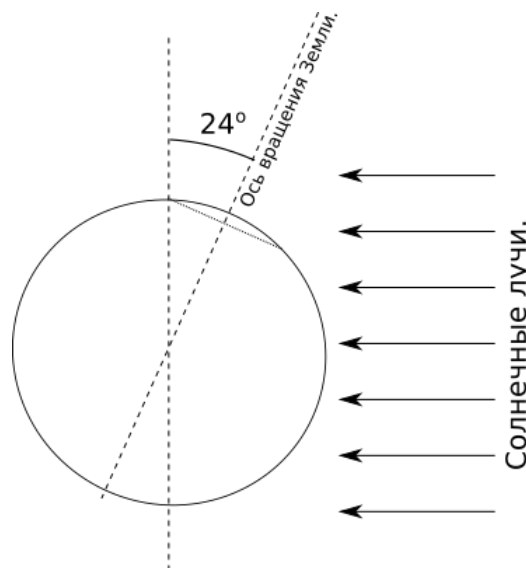
4) Какая мощность излучения падает на единицу площади поверхности нормаль которой составляет с лучами Солнца  $60$  градусов на расстоянии от Солнца равной радиусу орбиты Земли  $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ .

В день летнего солнцестояния Солнце круглосуточно освещает поверхность Арктики (регион северней  $66^\circ$  параллели северной широты — полярного круга). В этот день лучи солнца касаются поверхности земли  $66^\circ$  параллели.

5) Найдите мощность излучения падающего на поверхность Арктики в день летнего солнцестояния. Радиус Земли принять равным  $R_0 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ . Арктику считать кругом с площадью равной площади сектора, имеющую постоянный наклон в  $24$  градуса относительно перпендикуляра к лучам Солнца.

6) Найти, при какой температуре излучение с поверхности Арктики в открытый космос компенсирует падающее от Солнца излучение.

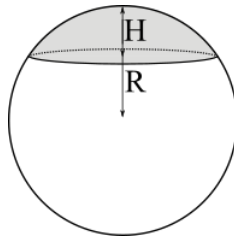
Математическая справка: площадь сектора сферы  $S = 2\pi RH$ ;  $\sin 24^\circ = 0,41$ ;  $\cos 24^\circ = 0,91$ .



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

---



**Возможное решение**

- 1) Подставляем в формулу  $J_1 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 5600^4 = 5,6 \cdot 10^7$  (Вт/м<sup>2</sup>) = 56 (МВт/м<sup>2</sup>).
- 2) Полная мощность  $N = 4\pi R^2 J_1 = 12,56 \cdot 7^2 \cdot 10^{16} \cdot 5,6 \cdot 10^7 = 3,45 \cdot 10^{26}$  (Вт).
- 3)  $J_2 = N/4\pi R_e^2 = 3,45 \cdot 10^{26}/12,56/1,5^2/10^{22} = 1,22$  (кВт/м<sup>2</sup>)
- 4)  $J_4 = J_3 \cos 60 = 610$  (кВт/м<sup>2</sup>)
- 5) Найдем площадь сечения ограниченного полярным кругом

$$S_p = \pi R_e^2 \sin^2 24^\circ = 3,14 \cdot 6,4^2 \cdot 10^{12} \cdot 0,41^2 = 21,6 \cdot 10^{12} \text{ (м}^2\text{)},$$

аналогично пунктам п. 3 и п. 4:

$$N = S_p J_2 \cos 66^\circ = S_p J_2 \sin 24^\circ = 21,6 \cdot 10^{12} \cdot 1,22 \cdot 10^3 \cdot 0,41 = 1,08 \cdot 10^{16} \text{ (Вт)}.$$

6) Найдем площадь поверхности Арктики, по формуле площади сектора из формулы в приложении

$$S = 2\pi R H = 6,28 \cdot 6,4^2 \cdot 10^{12} (1 - 0,91) = 23,2 \cdot 10^{12} \text{ (м}^2\text{)},$$

тогда температура

$$T = \sqrt[4]{\frac{N}{\sigma S}} = \sqrt[4]{\frac{1,08 \cdot 10^{16}}{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 23,2 \cdot 10^{12}}} = 300 \text{ (К)} \approx 27 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

**Критерии оценивания**

1. Посчитано  $J$  - 10 баллов
2. Найдена полная мощность - 20 баллов
3. Найдено  $J$  в п. 3 - 30 баллов
4. Найдено  $J$  в п. 4 - 20 баллов
5. Найдена мощность излучения на поверхность Арктики - 40 баллов
6. Найдена температура при которой излучения компенсируются - 30 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

---

### Задача 3

Автоматическая арктическая станция оборудована автономным роботом. Станцию также обслуживает спутник, который с помощью спектральных камер способен находить залежи ценных ископаемых. Напишите программу для робота, которая по полученной от спутника карте (станция в координате  $(0, 0)$ ) находит ближайшее ископаемое и отправляет робота забрать и привезти его на базу. Также программа должна возвращать энергию, затраченную роботом на забор всех грузов, учитывая, что у робота 100% эффективность. Считайте, что масса робота 1000 кг.

Если расстояния до ископаемых одинаковы — предпочтительнее тот который западнее.

У робота есть три функции:

1) `convert8(a)` — функция конвертации восьмеричных координат  $a$  от спутника в десятичные для робота

2) `retrieve(x, y)` — команда роботу забрать из определенных координат груз (координаты только десятичные) и вернуться с ним на станцию

3) `measure()` — функция возвращает вес забранного груза

#### *Входные данные*

$N$  пронумерованных грузов, их координат в восьмеричной системе и их массы

1) координата  $X_1$ , координата  $Y_1$ , масса ископаемых  $M_1$  кг

2) координата  $X_2$ , координата  $Y_2$ , масса ископаемых  $M_2$  кг

...

$N$ ) координата  $X_N$ , координата  $Y_N$ , масса ископаемых  $M_N$  кг

#### *Выходные данные*

Порядковые номера грузов в порядке их обработки роботом.

Общее количество потраченной роботом энергии

Напишите реализацию функции `convert8(a)` по переводу из восьмеричной системы отсчета спутника в десятичную.

### Возможное решение

Листинг 1: Одна из возможных реализаций (на языке Python)

```
1 def convert8(a):
2     res = 0
3     a = '\;'.join(reversed(a))
4     for i in range(len(a)):
5         res += int(a[i]) * 8 ** i
6     return res
7
8 N = int(input())
9 points = []
10 Mrob = 1000
11 g = 9.81
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

---

```
12
13 for i in range(1, N + 1):
14     X, Y, M = input().split()
15
16     X = convert8(X)
17     Y = convert8(Y)
18     M = float(M)
19
20     points.append((i, X, Y, M))
21
22 points.sort(key = lambda x: (x[1] ** 2 + x[2] ** 2, x[1]))
23 order = []
24 E = 0
25
26 for i in range(N):
27     ind, x, y, m = points[i]
28     order.append(ind)
29     retrieve(x, y)
30     l = (x ** 2 + y ** 2) ** 0.5
31     E += Mrob * g * l + (Mrob + m) * g * l
32
33 print('Order:␣', *order)
34 print('Energy:␣', E)
```

### Критерии оценивания

1. Реализована функция конвертации - 30 баллов
2. Реализовано считывание данных и сортировка - 30 баллов
3. Выведен порядок - 20 баллов
4. Выведена энергия - 20 баллов
5. Синтаксические ошибки - до -20 баллов

## Вариант 2

### Задача 1

Для контроля нефтяных и газовых месторождений используется метод гравитационно-измерительного контроля. Для этого на поверхности ставится постамент на котором измеряется ускорение свободного падения. По мере истощения нефтяного месторождения нефть в полостях замещается на воду из-за чего меняется гравитационное поле. При измерениях ускорения свободного падения необходимо учесть снежный слой на поверхности. Оказалось, что увеличение гравитационного поля за счет истощения месторождения оказалось таким же, что и от слоя снега толщиной 40 см плотностью  $\rho_c = 0,4 \text{ г/см}^3$ . Месторождение можно представить в виде губчатой породы в форме сферы радиусом 100 м, наполовину по объему заполненной нефтью плотностью  $\rho_H = 0,88 \text{ г/см}^3$ , которая при истощении была заполнена водой. Определите глубину центра месторождения.

#### Возможное решение

1) При замене нефти водой увеличивается плотность губчатой породы на

$$\Delta\rho = \frac{1}{2} \cdot (\rho_v - \rho_n) = 0,06 \text{ (г/см}^3\text{)}.$$

$\frac{1}{2}$  связана с тем, что нефть занимает только половину объема губчатой породы.

2) Дополнительная масса

$$\Delta M = \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta\rho.$$

3) Дополнительное гравитационное поле

$$\Delta g_n = \frac{G\Delta M}{L^2} = \frac{4\pi GR^3 \Delta\rho}{3L^2}.$$

4) Поле от снежного слоя можно посчитать таким же, как электрическое поле от равномерно заряженной плоскости. Поверхностная плотность массы  $\sigma_m = \rho_s \cdot h$ , поле от которой

$$\Delta g_s = 2\pi G\sigma_m = 2\pi G\rho_s h.$$

5) Приравнявая эти поля, получаем

$$\Delta g_s = \Delta g_n \Rightarrow \frac{4\pi GR^3 \Delta\rho}{3L^2} = 2\pi G\rho_s h \Rightarrow L = \sqrt{\frac{2\Delta\rho R^3}{3\rho_s h}} = 500\text{ м}.$$

#### Критерии оценивания

1. Записано  $\Delta\rho$  - 15 баллов
2. Найдена дополнительная масса - 15 баллов
3. Найдено дополнительное гравитационное поле - 10 баллов
4. Найдено поле от снежного слоя - 20 баллов
5. Приравнены поля и получен ответ - по 20 баллов

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

Задача 2

С поверхности нагретого до температуры  $T$  тела испускается энергия в виде электромагнитного излучения. Мощность излучения с единицы площади поверхности:

$$J = \epsilon \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  — постоянная Стефана-Больцмана,  $\epsilon$  — степень черноты, безразмерная величина меньшая единицы, характеризующая свойства поверхности тела. Кроме излучательной способности, степень черноты описывает и поглощательную способность тела, она равна отношению поглощенной поверхностью энергии  $J_{\text{пог}}$  к падающей  $J_{\text{пад}}$ .

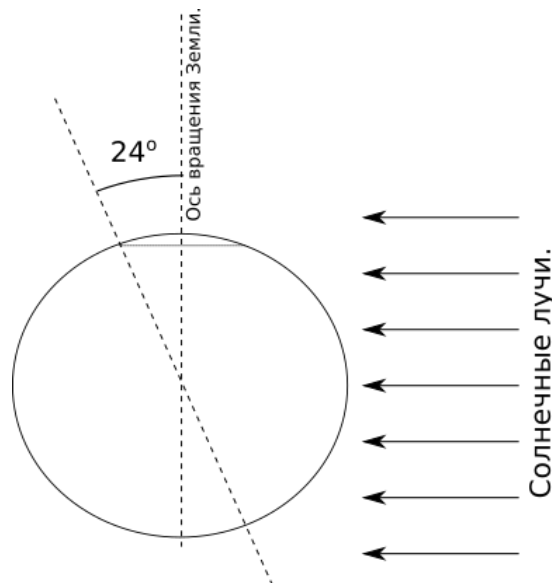
- 1) Определите мощность излучения с единицы поверхности Солнца, если  $\epsilon_s = 1$ ,  $T_s = 5327^\circ \text{С}$ .
- 2) Найдите полную мощность излучения Солнца, если его радиус  $R_s = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$ .
- 3) Какая мощность излучения падает на единицу площади поверхности перпендикулярной лучам Солнца на расстоянии от Солнца равной радиусу орбиты Земли  $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ?
- 4) Какая мощность излучения падает на единицу площади поверхности нормаль которой составляет с лучами Солнца  $60$  градусов на расстоянии от Солнца равной радиусу орбиты Земли  $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ .

В день равноденствия ось вращения Земли перпендикулярна солнечным лучам. В последующих пунктах рассмотрим солнечные лучи падающие на Арктику (регион северней  $66^\circ$  параллели северной широты — полярного круга).

5) Найдите мощность излучения падающего на поверхность Арктики в день равноденствия. Радиус Земли принять равным  $R_0 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ . Арктику считать кругом с площадью равной площади сектора, имеющую постоянный наклон в  $24$  градуса относительно перпендикуляра к лучам Солнца.

6) Найти, при какой температуре излучение с поверхности Арктики в открытый космос компенсирует падающее от Солнца излучение.

Математическая справка: площадь сектора сферы  $S = 2\pi RH$ ;  $\sin 24^\circ = 0,41$ ;  $\cos 24^\circ = 0,91$ .

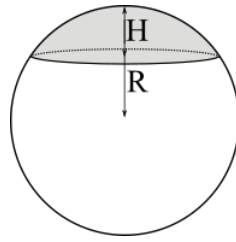


МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"

Междисциплинарные задачи

---



### Возможное решение

- 1) Подставляем в формулу  $J_1 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 5600^4 = 5,6 \cdot 10^7$  (Вт/м<sup>2</sup>) = 56 (МВт/м<sup>2</sup>).
- 2) Полная мощность  $N = 4\pi R^2 J_1 = 12,56 \cdot 7^2 \cdot 10^{16} \cdot 5,6 \cdot 10^7 = 3,45 \cdot 10^{26}$  (Вт).
- 3)  $J_2 = N/4\pi R_o^2 = 3,45 \cdot 10^{26}/12,56/1,5^2/10^{22} = 1,22$  (кВт/м<sup>2</sup>).
- 4)  $J_4 = J_3 \cos 60^\circ = 610$  (кВт/м<sup>2</sup>).
- 5) Найдем площадь на которую падает лучи — найдем площадь сегмента круга:

$$S = (24^\circ\pi/180^\circ - \sin 24^\circ \cos 24^\circ) R^2 = (2\pi/15 - 0,373) 6,4^2 \cdot 10^{12} = 1,84 \cdot 10^{12} \text{ (м}^2\text{)},$$

а мощность  $N = S \cdot J_2 = 2,24 \cdot 10^{15}$  (Вт).

6) Найдем площадь поверхности Арктики, по формуле площади сектора из формулы в приложении

$$S = 2\pi R H = 6,28 \cdot 6,4^2 \cdot 10^{12}(1 - 0,91) = 23,2 \cdot 10^{12} \text{ (м}^2\text{)},$$

тогда температура

$$T = \sqrt[4]{\frac{N}{\sigma S}} = \sqrt[4]{\frac{2,24 \cdot 10^{15}}{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 23,2 \cdot 10^{12}}} = 203 \text{ (К)} \approx -70 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

### Критерии оценивания

1. Посчитано  $J$  - 10 баллов
2. Найдена полная мощность - 20 баллов
3. Найдено  $J$  в п. 3 - 30 баллов
4. Найдено  $J$  в п. 4 - 20 баллов
5. Найдена мощность излучения на поверхность Арктики - 40 баллов
6. Найдена температура при которой излучения компенсируются - 30 баллов

### Задача 3

Автоматическая арктическая станция оборудована автономным роботом. Станцию также обслуживает спутник, который с помощью спектральных камер способен находить залежи ценных ископаемых. Напишите программу для робота, которая по полученной от спутника карте (станция в координате (0, 0)) находит самое дальнее ископаемое и отправляет робота забрать и привезти его на станцию. Также программа должна возвращать энергию, затраченную роботом на забор всех грузов, учитывая, что у робота 100% эффективность. Считайте, что масса робота 1000 кг.

Если расстояния до ископаемых одинаковы — предпочтительнее тот который южнее.

У робота есть три функции:



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

---

1) `convert4(a)` — функция конвертации четверичных координат  $a$  от спутника в десятичные для робота

2) `retrieve(x, y)` — команда роботу забрать из определенных координат груз (координаты только десятичные) и вернуться с ним на станцию

3) `measure()` — функция возвращает вес забранного груза

*Входные данные*

$N$  пронумерованных грузов, их координат в четверичной системе и их массы

1) координата  $X_1$ , координата  $Y_1$ , масса ископаемых  $M_1$  кг

2) координата  $X_2$ , координата  $Y_2$ , масса ископаемых  $M_2$  кг

...

$N$ ) координата  $X_N$ , координата  $Y_N$ , масса ископаемых  $M_N$  кг

*Выходные данные*

Порядковые номера грузов в порядке их обработки роботом

Общее количество потраченной роботом энергии

Напишите реализацию функции `convert4(a)` по переводу из четверичной системы отсчета спутника в десятичную.

**Возможное решение**

Листинг 2: Одна из возможных реализаций (на языке Python)

```
1 def convert4(a):
2     res = 0
3     a = '\;'.join(reversed(a))
4     for i in range(len(a)):
5         res += int(a[i]) * 4 ** i
6     return res
7
8 N = int(input())
9 points = []
10 Mrob = 1000
11 g = 9.81
12
13 for i in range(1, N + 1):
14     X, Y, M = input().split()
15     X = convert4(X)
16     Y = convert4(Y)
17     M = float(M)
18     points.append((i, X, Y, M))
19
20 points.sort(key = lambda x: (- (x[1] ** 2 + x[2] ** 2), x[2]))
21
22 order = []
23 E = 0
24
25 for i in range(N):
26     ind, x, y, m = points[i]
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль "Арктика"  
Междисциплинарные задачи

---

```
27 order.append(ind)
28 retrieve(x, y)
29 l = (x ** 2 + y **2) ** 0.5
30 E += Mrob * g * l + (Mrob + m) * g * l
31
32 print('Order:␣', *order)
33 print('Energy:␣', E)
```

### Критерии оценивания

1. Реализована функция конвертации - 30 баллов
2. Реализовано считывание данных и сортировка - 30 баллов
3. Выведен порядок - 20 баллов
4. Выведена энергия - 20 баллов
5. Синтаксические ошибки - до -20 баллов