

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**10 КЛАСС
Вариант 1**

Задание 1

Средняя мощность, необходимая владельцу частного дома в Подмоскowie для комфортного проживания, составляет 0,7 кВт. Владелец дома хочет летом полностью обеспечить энергопотребление за счёт солнечных панелей с КПД, равным 0,2. Сумма солнечной радиации на единицу площади за лето в этом регионе составляет $112 \text{ кВт} \cdot \text{ч}/\text{м}^2$. Какова общая площадь требуемых для этого батарей? Сохранение и передача энергии происходит без потерь.

Задание 2

Многие альпинисты знакомы с горной болезнью. На больших высотах в горах из-за низкого давления в организме падает насыщение (сатурация) крови кислородом SpO_2 , измеряемая в процентах. Минимальным нормальным значением SpO_2 можно считать 95%.

Два математика отправились в восхождение, на очередной стоянке измерили свою сатурацию и обозначили превышение минимального значения через x и y . Оказалось, что разность кубов этих величин равна 26, а

$$x^2y - xy^2 = 6.$$

Чему равны сатурации двух математиков?

Задание 3

В математической статистике есть понятие ошибок первого и второго рода. В случае ошибки первого рода была отвергнута верная гипотеза, в случае ошибки второго рода – принята неверная. В случае медицинских тестов такой результат называется ложноположительным и ложноотрицательным соответственно.

Одно из исследований показало, что в случае ПЦР-теста на коронавирус вероятность получения ложноположительного результата (т. е. тест показал заболевание, когда в действительности его нет) составляет 0,5 %.

1) В городе N за последнюю неделю были протестированы 14 тысяч человек и получено 1065 положительных тестов. Сколько из этих людей действительно заболели, если вероятность ложноотрицательного результата равна нулю?

Замечание. В рамках этой задачи мы считаем, что случайная величина (количество заболевших) равна её математическому ожиданию. Строго говоря, это неверно.

2) Один из жителей сдал положительный тест. С какой вероятностью он болен с учётом определённой в пункте 1 статистики по заболеваемости?

**МОСКОВСКАЯ ПРЕПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

**10 КЛАСС
Вариант 2**

Задание 1

Средняя мощность, необходимая владельцу частного дома в Подмосковье для комфортного проживания, составляет 0,8 кВт. Владелец дома хочет летом полностью обеспечить энергопотребление за счёт солнечных панелей с КПД, равным 0,2. Сумма солнечной радиации на единицу площади за лето в этом регионе составляет 144 кВт · ч/м². Какова общая площадь требуемых для этого батарей? Сохранение и передача энергии происходит без потерь.

Задание 2

Многие альпинисты знакомы с горной болезнью. На больших высотах в горах из-за низкого давления в организме падает насыщение (сатурация) крови кислородом SpO_2 , измеряемая в процентах. Минимальным нормальным значением SpO_2 можно считать 95 %.

Два математика отправились в восхождение, на очередной стоянке измерили свою сатурацию и обозначили превышение минимального значения через x и y . Оказалось, что разность кубов этих величин равна 7, а

$$x^2y - xy^2 = 2.$$

Чему равны сатурации двух математиков?

Решение. Получим ответ, решив систему уравнений

Задание 3

В математической статистике есть понятие ошибок первого и второго рода. В случае ошибки первого рода была отвергнута верная гипотеза, в случае ошибки второго рода – принята неверная. В случае медицинских тестов такой результат называется ложноположительным и ложноотрицательным соответственно.

Одно из исследований показало, что в случае ПЦР-теста на коронавирус вероятность получения ложноположительного результата (т. е. тест показал заболевание, когда в действительности его нет) составляет 1 %.

1) В городе N за последнюю неделю были протестированы 14 тысяч человек и получено 1130 положительных тестов. Сколько из этих людей действительно заболели, если вероятность ложноотрицательного результата равна нулю?

2) Один из жителей сдал положительный тест. С какой вероятностью он болен с учётом определённой в пункте 1 статистики по заболеваемости?