Задача 1. Для какого наибольшего натурального числа n существует натуральное число m, что выполняется равенство $n! \cdot 7! = m!$? Как обычно, для натурального числа k через $k!$ обозначается произведение натуральных чисел от 1 до k.

Задача 2. На вечеринку пришли участники ОММО и ММО. Удивительно, но каждый из пришедших принимал участие только в одной из этих олимпиад. Каждые двое из пришедших или друзья, или враги. У каждого участника ММО на вечеринке среди друзей ровно 16 участников ММО и ровно 8 участников ОММО. У каждого участника ОММО на вечеринке среди врагов ровно 7 участников ММО и ровно 10 участников ОММО. Сколько человек пришли на вечеринку? Если ответов несколько, перечислите их все в порядке возрастания через точку с запятой; например, 24;25;26.

Задача 3. *Репьюнитом* называется натуральное число, десятичная запись которого состоит из одних единиц. Жора выписал в порядке возрастания числа, которые можно представить в виде суммы попарно различных репьюнитов: 1, 11, 12, ... Какое число Жора написал на 2024 месте?

Задача 4. На плоскости проведены 220 прямых общего положения, т.е. никакие три не проходят через одну точку, никакие две не параллельны. Они поделили плоскость на области. Назовём *расстоянием* между областями наименьшее количество прямых, которые надо пересечь, чтобы попасть из одной области в другу. Назовём область *любопытной*, если расстояние от неё до любой другой области меньше 220. Какое наибольшее количество любопытных областей может быть?

Задача 5. Известны длины сторон треугольника ABC: $AB = 14$, $BC = 15$, $CA = 13$. Внутри отрезка AB выбрана точка D. Точка E выбирается наугад внутри отрезка AD. Перпендикуляр к отрезку AD, восставленный в точке E, пересекает объединение отрезков AC и BC в точке F. Пусть точка D выбрана так, что среднее значение длины отрезка EF наибольшее возможное. Найдите длину отрезка AD. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,001.

Среднее значение длины отрезка EF — это предел при $n \to \infty$ среднего арифметического длин отрезков EF, когда E пробегает n точек, делящих отрезок AD на $n+1$ равных частей.

Задача 6. Рассмотрим все перестановки чисел от 1 до 2024. Представим каждую перестановку как числа, записанные в строчку. Назовём *флипом* обмен двух соседних чисел в строке, отличающихся хотя бы на 100. Назовём две перестановки *эквивалентными*, если одну можно получить из другой с помощью одного или нескольких флипов. Ричард С. выбрал из всех перестановок максимальное количество попарно не эквивалентных. Пусть Ричард выбрал N перестановок. На сколько нулей оканчивается десятичная запись числа N?