

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

9 класс

Вариант 1

Задача 1

В результате разрыва трубопровода в 10:00 в море произошёл разлив нефти, который привёл к образованию тонкого пятна на поверхности воды. Измерения показали, что толщина слоя нефти в пятне равна 2 см. Кроме того, с помощью спутника была получена серия фотографий для оценки размеров нефтяного пятна (рисунок 1). Слева на рисунке показано изображение пятна, полученное в 12:00, а справа – в 16:00. Размер одной клетки на рисунке составляет 10 x 10 м. Плотность морской воды $\rho_v = 1025 \text{ кг/м}^3$, плотность нефти $\rho_n = 900 \text{ кг/м}^3$.

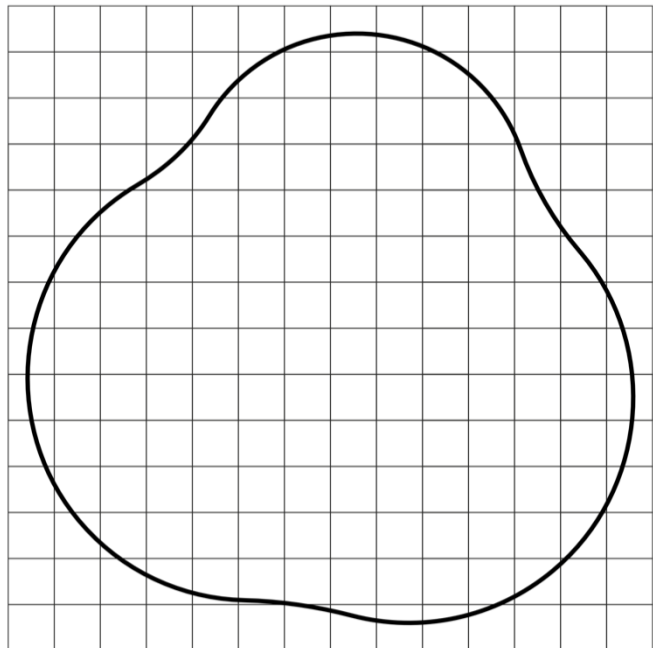
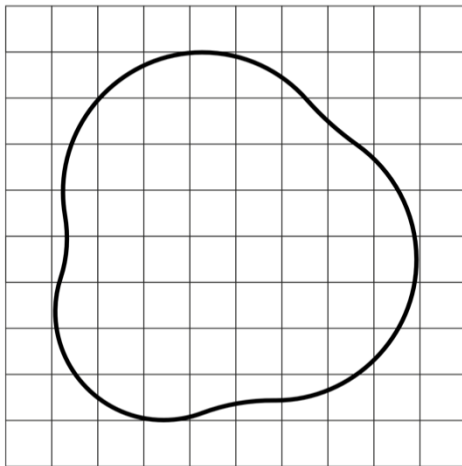


Рисунок 1 – Серия фотографий нефтяного пятна

Принимая во внимание результаты моделирования катастрофы, которые показали, что зависимость объёма вытекшей нефти от времени с начала аварии описывается уравнением $V(t) = at + bt^2$, где a и b неизвестные коэффициенты, определите:

- 1) площадь нефтяного пятна в моменты времени 12:00 и 16:00, ответ выразите в м^2 ;
- 2) объём вытекшей нефти в моменты времени 12:00 и 16:00, ответ выразите в м^3 ;

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

- 3) значение коэффициентов a и b , при расчётах объем выражайте в м^3 , а время в ч, ответ округлите до сотых и укажите размерность;
- 4) сколько килограммов нефти вытекло из трубопровода за секунду сразу после аварии, ответ округлите до целых;
- 5) нарисуйте блок-схему программы, которая определяет значение площади нефтяного пятна через t часов после начала аварии.

Входные данные:

- S_1 – площадь пятна во время первого наблюдения;
- S_2 – площадь пятна во время второго наблюдения;
- t_1 – время первого наблюдения считая от начала аварии;
- t_2 – время второго наблюдения считая от начала аварии;
- t – произвольное время (отсчитывается от начала аварии);

Выходные данные:

- S_t – площадь нефтяного пятна через t часов после начала аварии.

Решение:

- 1) Зная размеры одной клетки, можно оценить площадь нефтяного пятна по формуле $S = \left(n_{\text{ц}} + \frac{n_{\text{н}}}{2}\right) \cdot S_1$, где $n_{\text{ц}}$ – количество целых клеток в пятне, а $n_{\text{н}}$ – количество клеток, которые входят в пятно частично:

$$S_{12:00} = \left(32 + \frac{27}{2}\right) \cdot 100 = 4\,550 \text{ м}^2$$

$$S_{16:00} = \left(102 + \frac{46}{2}\right) \cdot 100 = 12\,500 \text{ м}^2$$

- 2) Объем вытекшей нефти $V = Sh$:

$$V_{12:00} = 4\,550 \cdot 0,02 = 91 \text{ м}^3$$

$$V_{16:00} = 12\,500 \cdot 0,02 = 250 \text{ м}^3$$

- 3) Зная время начала аварии, можно написать уравнения для $V(t)$ в моменты времени 12:00 и 16:00:

$$V_{12:00} = 2a + 4b$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

$$V_{16:00} = 6a + 36b$$

Решив систему из двух уравнений, найдем коэффициенты a и b :

$$a = \frac{9V_{12:00} - V_{16:00}}{12} = \frac{9 \cdot 91 - 250}{12} = 47,42 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$$

$$b = -\frac{3V_{12:00} - V_{16:00}}{24} = -\frac{3 \cdot 91 - 250}{24} = -0,96 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}^2}$$

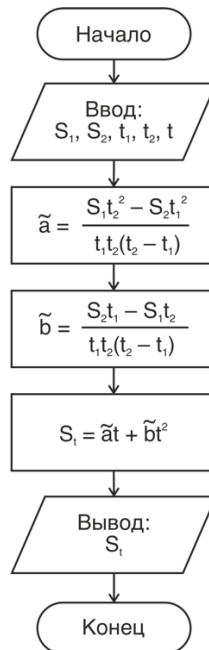
4) Скорость вытекания нефти сразу после аварии (в начальный момент времени) определяется коэффициентом a .

$$v_0 = a = 47,42 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}} = \frac{47,42 \cdot 900}{3600} \frac{\text{кг}}{\text{с}} = 12 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

5) Легко видеть, что зависимость площади нефтяного пятна от времени описывается функцией вида:

$$S(t) = \tilde{a}t + \tilde{b}t^2$$

Примерный вариант блок-схемы программы:



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Критерии оценивания

1. Определена площадь нефтяного пятна в моменты времени 12:00 и 16:00 – 20 баллов
2. Определен объем вытекшей нефти в моменты времени 12:00 и 16:00 – 20 баллов
3. Определены значения коэффициентов a и b – 20 баллов
4. Определена скорость вытекания нефти сразу после аварии – 20 баллов
5. Представлена полная блок-схема программы для нахождения площади нефтяного пятна через t часов после начала аварии – 20 баллов

Примечание: с учетом погрешности при определении площади нефтяного пятна, будут приниматься ответы в диапазоне $\pm 10\%$.

Задача 2

Она из наиболее часто измеряемых физических величин это – температура. Температуру необходимо знать как в бытовых условиях (например, в процессе приготовления еды в духовке, в квартире для контроля работы систем отопления и т.д.), так и в промышленных и лабораторных (температура сопла 3D принтера, температура силовых проводов электрошита, температура раствора перед проведением химической реакции и т.д.). Для измерения температуры используются различные датчики, как механические (жидкостные термометры), так и различные электронные (терморезисторы, цифровые датчики температуры, термопары и т.д.). Наиболее доступными и удобными в применении все ещё являются аналоговые датчики температуры, основанные на изменении

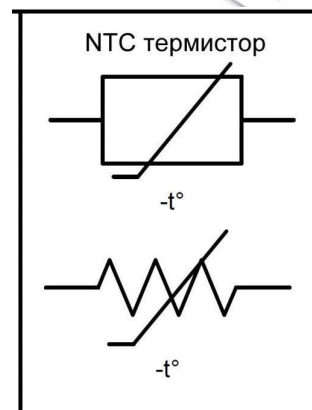


Рисунок 2 – Датчики для измерения температуры

сопротивления датчика при его нагреве или охлаждении. Один из таких датчиков с неизвестными параметрами был выдан учащимся для сборки проекта на Московскую предпрофессиональную олимпиаду по направлению «Электроника». Чтобы узнать характеристики датчика, учащиеся измерили зависимость сопротивления датчика от

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

температуры с помощью омметра с приборной погрешностью 0,01 кОм. Температура измерялась лабораторным жидкостным термометром с приборной погрешностью 0,1 °С. Результаты измерений представлены в таблице 1. В диапазоне температур от 20°С до 60°С зависимость сопротивления от температуры может быть описана приближенной формулой

$$R = \frac{a + bT}{T}$$

- 1) По результатам измерений учащихся постройте график зависимости сопротивления датчика от температуры на листе миллиметровой бумаги. Определите характер зависимости.
- 2) Предложите способ определения коэффициентов a и b по графику. Если для этого потребуется построить дополнительный график, сделайте это на отдельном листе миллиметровой бумаги.
- 3) Определите численные значения параметров a и b , а также их погрешности.

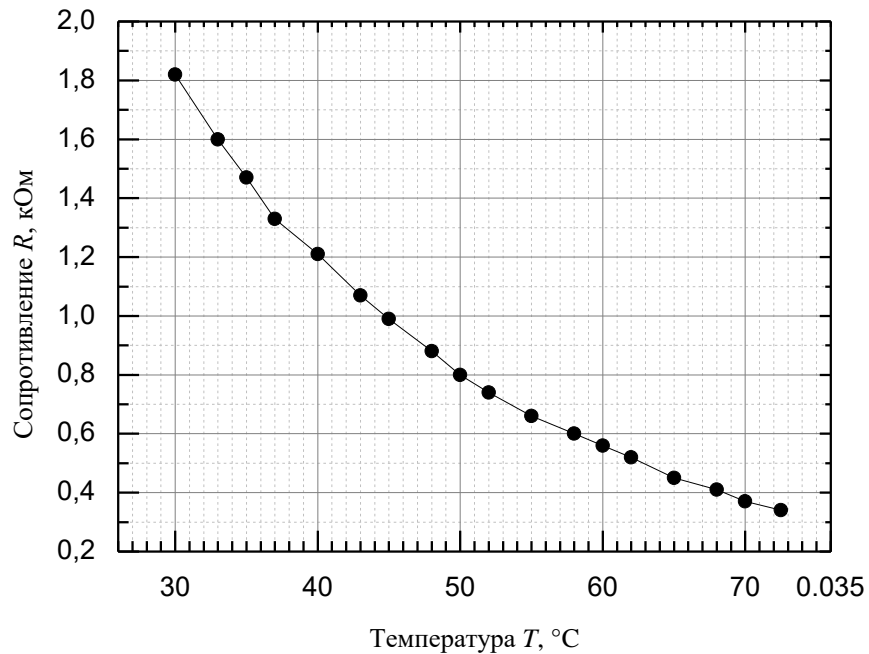
Таблица 1

| | | | | | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t, ^\circ\text{C}$ | 72,5 | 70,0 | 68,0 | 65,0 | 62,0 | 60,0 | 58,0 | 55,0 | 52,0 |
| $R, \text{кОм}$ | 0,34 | 0,37 | 0,41 | 0,45 | 0,52 | 0,56 | 0,60 | 0,66 | 0,74 |
| $t, ^\circ\text{C}$ | 50,0 | 48,0 | 45,0 | 43,0 | 40,0 | 37,0 | 35,0 | 33,0 | 30,0 |
| $R, \text{кОм}$ | 0,80 | 0,88 | 0,99 | 1,07 | 1,21 | 1,33 | 1,47 | 1,60 | 1,82 |

Решение:

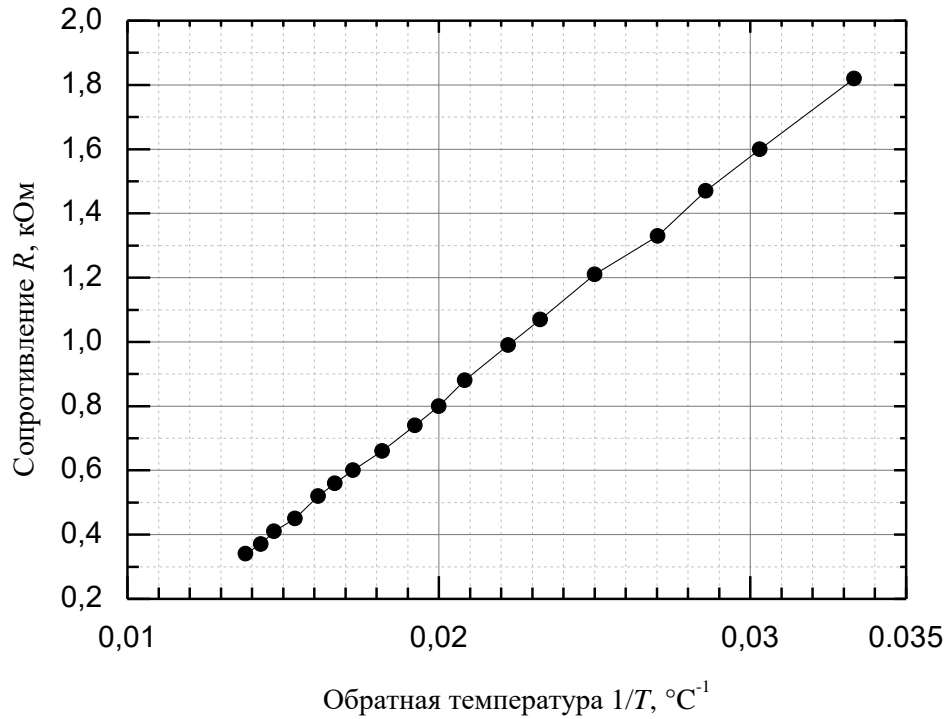
Построим график зависимости сопротивления от температуры:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



Видно, что функция имеет нелинейный характер и похожа на гиперболу. Однако для более точной проверки необходимо линеаризовать функцию. В случае, если зависимость окажется линейной, приближенная формула верна. Выполним замену переменной $A = 1/T$ и построим зависимость $R(A)$:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



Линейность полученного графика подтверждает, что приведённая формула правильно описывает полученную зависимость. Определенные по графику коэффициенты: $a = 76,37$, $b = -0,71$.

Погрешности определяются графическим способом и составляют около 1% для коэффициента a и около 1% для коэффициента b .

Критерии оценивания

| Критерий оценивания | Балл |
|---|--------------------------------------|
| Построен график зависимости $R(t)$ по заданным значениям | 15 баллов |
| Определен характер зависимости | 5 баллов |
| Предложен корректный способ определения коэффициентов (включая построение линеаризованного графика) | 30 баллов |
| Определены численные значения коэффициентов | 30 баллов (15 баллов за коэффициент) |
| Определены погрешности коэффициентов | 20 баллов (10 баллов за коэффициент) |

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 3

На рисунке 3 показана схема включения светодиода через резистивный делитель. Известно, что:

- через светодиод протекает ток 25 мА, падения напряжения на нем не происходит;
- сопротивление R_1 равно 300 Ом;
- сопротивление R_2 равно 200 Ом;
- в схеме есть два одинаковых по номиналу сопротивления;
- номинал источника варьируется с точностью до десятых долей В, сотая часть равна 0.

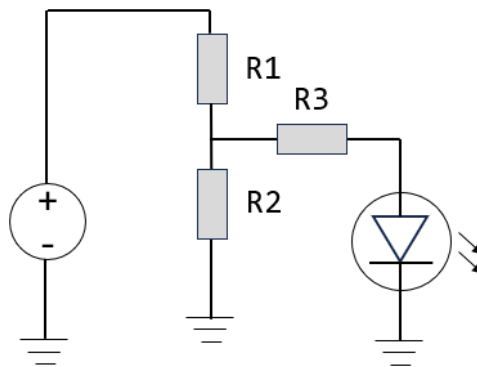


Рисунок 3 - Схема включения светодиода

Определите номинал источника напряжения.

Решение:

Из условия задачи нам известно, что в представленной схеме сопротивление R_3 может быть либо равно R_2 , либо R_1 , т.к. светодиод обладает нулевым сопротивлением (эквивалентен идеальному проводнику). В этом случае мы можем представить схему в виде параллельно соединённых R_2 и R_3 и последовательно с ними соединённого сопротивления R_1 . Зная ток на сопротивлении R_3 , можем определить по закону Ома напряжение на этом элементе. Оно будет эквивалентно напряжению на сопротивлении R_2 и в сумме с напряжением на сопротивлении R_1 даст искомое напряжение источника. Зная напряжение на сопротивлении R_2 определим ток на этом элементе, а также суммарный ток в цепи. В случае выбора сопротивления $R_3 = R_1$ получим величину в 60 В, что противоречит условию задачи, а в случае $R_3 = R_2$ получим значение 35 В.

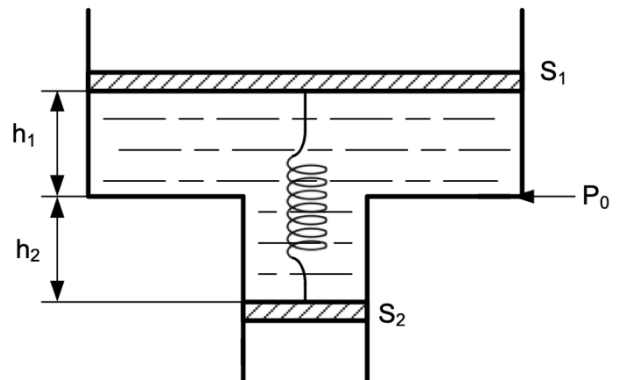
МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Критерии оценивания

| Критерий оценивания | Балл |
|--|-------------------|
| Указана формула и получено значение напряжения на сопротивлении R3 | 20 баллов |
| Указано, что напряжение на R2 и R3 совпадают | 10 баллов |
| Указана формула и посчитан ток на сопротивлении R2 | 20 баллов |
| Рассчитан общий ток в цепи | 10 баллов |
| Найдено значение напряжения на элементе R1 | 10 баллов |
| Указанные вычисления проведены для двух случаев задачи | 20 баллов |
| Получено значение напряжения источника питания | 10 баллов |
| ИТОГО | 100 баллов |

Задача 4

В двух вертикально расположенных цилиндрах, площади сечений которых равны $S_1 = 400 \text{ см}^2$ и $S_2 = 100 \text{ см}^2$, находятся два свободных невесомых поршня, перемещающихся без трения, соединённых натянутой невесомой тонкой пружиной. Между поршнями находится



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

вода объемом $V = 30$ л. Плотность воды считать равной $\rho = 1000$ кг/м³, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Атмосферное давление равно 100 кПа. Сила натяжения пружины равна 100 Н. Найти давление жидкости P_0 на уровне соединения цилиндров.

Решение:

Условие баланса верхнего поршня:

$$P_a S_1 + F = (P_0 - \rho g h_1) S_1 \Rightarrow h_1 S_1 = \frac{P_0 S_1 - P_a S_1 - F}{\rho g}$$

Условие баланса нижнего поршня:

$$P_a S_2 + F = (P_0 + \rho g h_2) S_2 \Rightarrow h_2 S_2 = \frac{P_a S_2 + F - P_0 S_2}{\rho g}$$

Для объема воды можно записать:

$$\begin{aligned} V &= h_1 S_1 + h_2 S_2 \\ V &= \frac{P_0 S_1 - P_a S_1 - F}{\rho g} + \frac{P_a S_2 + F - P_0 S_2}{\rho g} \\ \rho g V &= P_0 (S_1 - S_2) - P_a (S_1 - S_2) \\ P_0 &= \frac{\rho g V + P_a (S_1 - S_2)}{S_1 - S_2} = P_a + \frac{\rho g V}{S_1 - S_2} = 10^5 + \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0,03}{0,04 - 0,01} = 110 \text{ кПа} \end{aligned}$$

Критерия оценивания

1. Верно составлено уравнение на условие баланса верхнего поршня – 10 баллов.
2. Верно составлено уравнение на условие баланса нижнего поршня – 10 баллов.
3. Получена итоговая формула для P_0 – 20 баллов.
4. Получен верный численный ответ – 10 баллов.

Задача 5

На междисциплинарном занятии по физике и информатике школьник Вася решал классическую задачу с разрядкой конденсатора на нагрузке, в которой определял значение напряжения на конденсаторе и ток в момент времени $t_1 = 1.0$ мкс, а также строил графики функций $U(t)$ и $I(t)$. Ёмкость конденсатора составляла $C = 0.47$ мкФ, напряжение источника - 12 В и сопротивление в цепи $R = 1.0$ Ом. Для решения поставленной задачи Вася написал программу на языке программирования Python, однако по неизвестным причинам она не заработала.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

- 1) Найдите ошибку в коде у Васи (варианты ошибок: ввод команд, последовательность действий, определение переменных и т.п.) и восстановите правильный код.
- 2) По данным кода восстановите решение задачи, которое Вася использовал в программе.
- 3) По приведённым графикам зависимости логарифма тока от времени (рисунок 4) определите время релаксации в данной системе (уменьшение тока в $e = 2.71828$ раз).

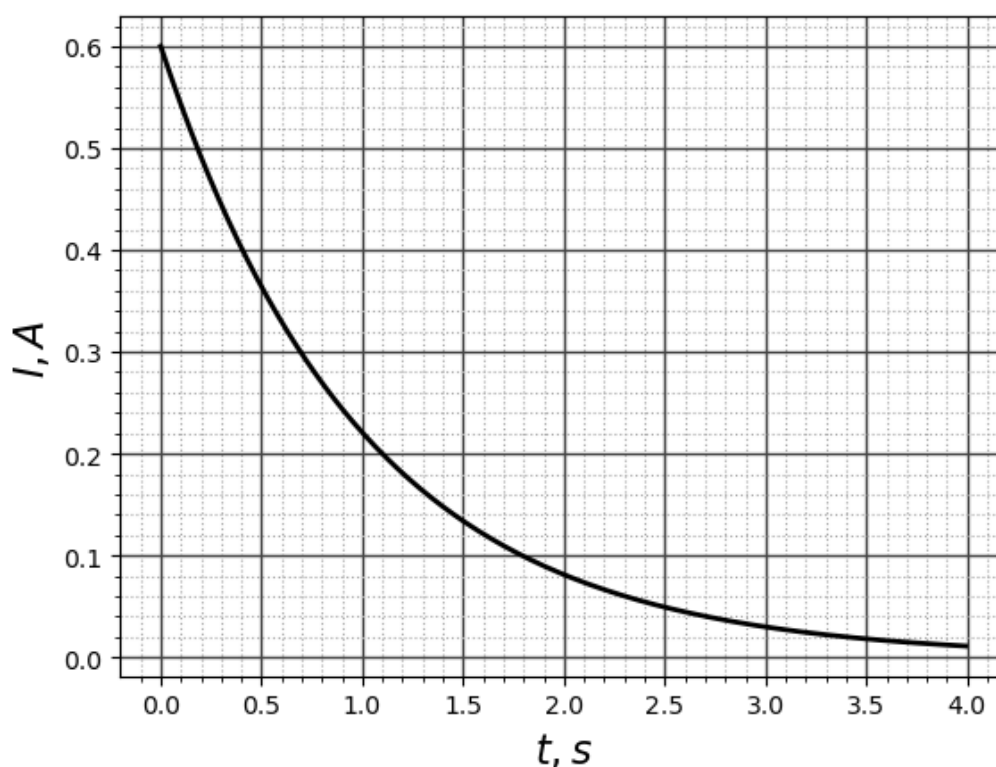


Рисунок 5 – Зависимость логарифма тока от времени

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Листинг программы:

```
01 import math as mt
02 import matplotlib.pyplot as plt
03 C=float(input('Input C[F]'));
04 R=float(input('Input R[Ohm]'));
05 E=input('Input E[V]');
06 t1=float(input('Input t1[s]'));
07 C=0.47e-6; R=1.0; E=12.0; t1=1.e-6;
08 tau=R**C; alpha=1./tau;
09 U1=E*(1.-mt.exp(-alpha*t1));
10 I1=E*mt.exp(-alpha*t1)/R;

11 print('U1=',U1,'V'\nI1=',I1,'A', '\ntau',tau, '\nt1/tau',t1/tau)
12 NT=500; tmin=0; tmax=4.*tau; dt=(tmax-tmin)/NT;
13 t=[]; U=[]; I=[];
14 t.append(tmin/tau);U.append(E);I.append(E/R);
15 for i in range(1,NT) do:
16     tt=tmin+i*dt; t.append(tt/tau);
17     U.append(E*(1.-mt.exp(-alpha*tt)));
18     I.append(E*mt.exp(-alpha*tt)/R);

19 #График U(t)
20 plt.plot(t,U,'k-',linewidth=2,0)
21 plt.minorticks_on()
22 plt.grid(which='major', color = '#444', linewidth = 1)
23 plt.grid(which='minor', color='#aaa', ls=':')
24 plt.xlabel(' t, s ',fontsize=16)
25 plt.ylabel(' I, A ',fontsize=16)
26 plt.show()

27 #График I(t)
28 plt.plot(t,I,'k-',linewidth=2,0)
29 plt.minorticks_on()
30 plt.grid(which='major', color = '#444', linewidth = 1)
31 plt.grid(which='minor', color='#aaa', ls=':')
32 plt.xlabel(' t, s ',fontsize=16)
33 plt.ylabel(' U, V ',fontsize=16)
34 plt.show()
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Решение:

В представленном коде имеются следующие ошибки:

- 1) Определение времени релаксации (строка 08): Время релаксации (τ) для RC -цепи определяется как $\tau = RC$, а не $\tau = R^C$. Исправлено: $\tau=R*C$;
- 2) Ниже в строке кода определяются ранее введённые переменные как константы: 07 $C=0.47e-6$; $R=1.0$; $E=12.0$; $t1=1.e-6$, которые далее будут использоваться для расчёта, что делает ввод переменных бессмысленным. В правильной версии кода данная строка должна отсутствовать или быть закомментирована.
- 3) Далее при вводе цикла в строке 15 `for i in range(1,NT) do` заметна ошибка синтаксиса: в цикле `for` на языке `python` отсутствует «do».
- 4) При построении графика в 20 и 28 строках толщина линии графика определяется как «2,0», что является ошибкой, т.к. правильный вариант «2.0»
- 5) Неправильные метки осей (строки 25 и 33): Метки осей перепутаны местами. В строке 25 должно быть напряжение (U, V) , а в строке 33 - ток (I, A) .

Для решения данной задачи Вася в программе:

- 1) Определил постоянную времени как $\tau = RC, \alpha = \frac{1}{\tau}$.
- 2) Определил значение напряжения конденсатора: $U = E(1 - e^{-\alpha t})$.
- 3) Определил значение тока, протекающего через конденсатор: $I = Ee^{-\alpha t}/R$.
- 4) Построил таблицу значений (массив данных) и нарисовал график разрядки конденсатора.

По предоставленному графику было определено значение времени релаксации, которое составило 1 секунду.

Критерии оценивания

| Критерий оценивания | Балл |
|--|--------------------------------------|
| Верно определены ошибки в коде программы | 10 баллов (2 балла за каждую ошибку) |
| Восстановлен правильный код программы (указаны правильные строки или приведён целиком правильный код) | 5 баллов |
| Восстановлено решение задачи исходя из кода программы: <ul style="list-style-type: none">● $\tau = RC$● $\alpha = \frac{1}{\tau}$ | 3 балла 2 балла |

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

| | |
|--|------------------|
| ● $U = E(1 - e^{-\alpha t})$ | 10 баллов |
| ● $I = Ee^{-\alpha t}/R$ | 10 баллов |
| Определено по графику значение постоянной релаксации | 10 баллов |
| ИТОГО | 50 баллов |

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Вариант 2

Задача 1

В результате разрыва трубопровода в 11:00 в море произошёл разлив нефти, который привёл к образованию тонкого пятна на поверхности воды. Измерения показали, что толщина слоя нефти в пятне равна 2 см. Кроме того, с помощью спутника была получена серия фотографий для оценки размеров нефтяного пятна. Слева на рисунке показано изображение пятна, полученное в 15:00, а справа – в 19:00. Размер одной клетки на рисунке составляет 10 x 10 м. Плотность морской воды $\rho_{\text{в}} = 1025 \text{ кг/м}^3$, плотность нефти $\rho_{\text{н}} = 900 \text{ кг/м}^3$.

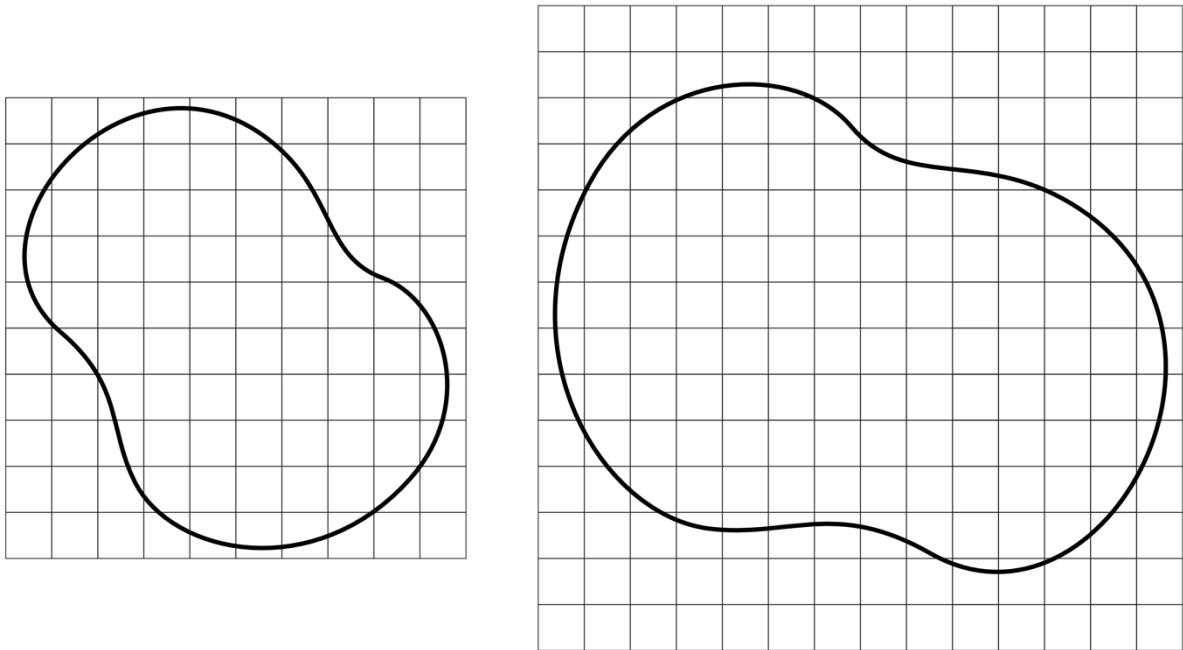


Рисунок 1 – Серия фотографий нефтяного пятна

Принимая во внимание результаты моделирования катастрофы, которые показали, что зависимость объёма вытекшей нефти от времени с начала аварии описывается уравнением $V(t) = at + bt^2$, где a и b неизвестные коэффициенты, определите:

- 1) площадь нефтяного пятна в моменты времени 15:00 и 19:00, ответ выразите в м^2 ;
- 2) объём вытекшей нефти в моменты времени 15:00 и 19:00, ответ выразите в м^3 ;
- 3) значение коэффициентов a и b , при расчётах объём выражайте в м^3 , а время в ч, ответ округлите до сотых и укажите размерность;

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

- 4) сколько килограммов нефти вытекало из трубопровода за секунду сразу после аварии, ответ округлите до целых;
- 5) нарисуйте блок-схему программы, которая определяет значение площади нефтяного пятна через t часов после начала аварии.

Входные данные:

S_1 – площадь пятна во время первого наблюдения;

S_2 – площадь пятна во время второго наблюдения;

t_1 – время первого наблюдения считая от начала аварии;

t_2 – время второго наблюдения считая от начала аварии;

t – произвольное время (отсчитывается от начала аварии);

Выходные данные:

S_t – площадь нефтяного пятна через t часов после начала аварии.

Решение:

- 1) Зная размеры одной клетки, можно оценить площадь нефтяного пятна по формуле $S = \left(n_{\text{ц}} + \frac{n_{\text{н}}}{2}\right) \cdot S_1$, где $n_{\text{ц}}$ – количество целых клеток в пятне, а $n_{\text{н}}$ – количество клеток, которые входят в пятно частично:

$$S_{15:00} = \left(42 + \frac{34}{2}\right) \cdot 100 = 5\,900 \text{ м}^2$$

$$S_{19:00} = \left(87 + \frac{39}{2}\right) \cdot 100 = 10\,650 \text{ м}^2$$

- 2) Объем вытекшей нефти $V = Sh$:

$$V_{15:00} = 5\,900 \cdot 0,02 = 118 \text{ м}^3$$

$$V_{19:00} = 10\,650 \cdot 0,02 = 213 \text{ м}^3$$

- 3) Зная время начала аварии, можно написать уравнения для $V(t)$ в моменты времени 15:00 и 19:00:

$$V_{15:00} = 4a + 16b$$

$$V_{19:00} = 8a + 64b$$

Решив систему из двух уравнений, найдем коэффициенты a и b :

$$a = \frac{4V_{15:00} - V_{19:00}}{8} = \frac{4 \cdot 118 - 213}{8} = 32,38 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$$

$$b = -\frac{2V_{15:00} - V_{19:00}}{32} = -\frac{2 \cdot 118 - 213}{32} = -0,72 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}^2}$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

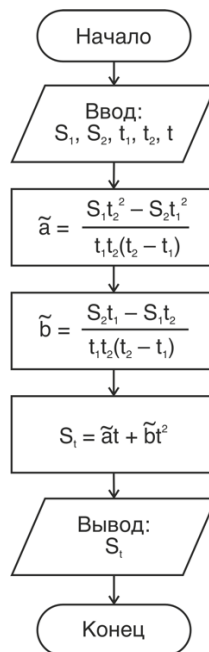
4) Скорость вытекания нефти сразу после аварии (в начальный момент времени) определяется коэффициентом a .

$$v_0 = a = 32,38 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}} = \frac{32,38 \cdot 900}{3\,600} \frac{\text{кг}}{\text{с}} = 8 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

5) Легко видеть, что зависимость площади нефтяного пятна от времени описывается функцией вида:

$$S(t) = \tilde{a}t + \tilde{b}t^2$$

Примерный вариант блок-схемы программы:



Критерии оценивания

1. Определена площадь нефтяного пятна в моменты времени 15:00 и 19:00 – 20 баллов
2. Определен объем вытекшей нефти в моменты времени 15:00 и 19:00 – 20 баллов
3. Определены значения коэффициентов a и b – 20 баллов
4. Определена скорость вытекания нефти сразу после аварии – 20 баллов
5. Представлена полная блок-схема программы для нахождения площади нефтяного пятна через t часов после начала аварии – 20 баллов

Примечание: с учетом погрешности при определении площади нефтяного пятна, будут приниматься ответы в диапазоне $\pm 10\%$.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 2

Она из наиболее часто измеряемых физических величин это – температура. Температуру необходимо знать как в бытовых условиях (например, в процессе приготовления еды в духовке, в квартире для контроля работы систем отопления и т.д.), так и в промышленных и лабораторных (температура сопла 3D принтера, температура силовых проводов электрошита, температура раствора перед проведением химической реакции и т.д.). Для измерения температуры используются различные датчики, как механические (жидкостные термометры), так и различные электронные (терморезисторы, цифровые датчики температуры, термопары и т.д.). Наиболее доступными и удобными в применении все ещё являются аналоговые датчики температуры, основанные на изменении сопротивления датчика при его нагреве или охлаждении.

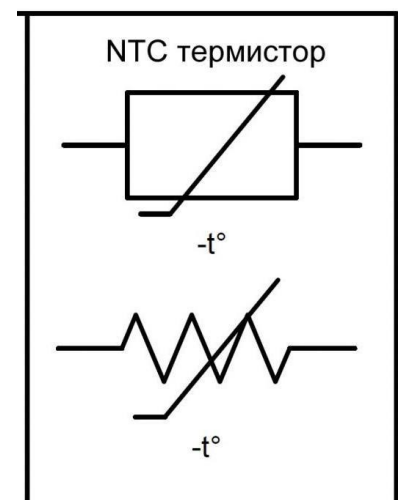


Рисунок 2 – Датчики для измерения температуры

Один из таких датчиков с неизвестными параметрами был выдан учащимся для сборки проекта на Московскую предпрофессиональную олимпиаду по направлению «Электроника». Чтобы узнать характеристики датчика, учащиеся измерили зависимость сопротивления датчика от температуры с помощью омметра с приборной погрешностью 0,01 кОм. Температура измерялась лабораторным жидкостным термометром с приборной погрешностью 0,1 °С. Результаты измерений представлены в таблице 1. В диапазоне температур от 20°C до 60°C зависимость сопротивления от температуры может быть описана приближенной формулой

$$R = \frac{a + bT}{T}$$

4) По результатам измерений учащихся постройте график зависимости сопротивления датчика от температуры на листе миллиметровой бумаги. Определите характер зависимости.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

5) Предложите способ определения коэффициентов a и b по графику. Если для этого потребуется построить дополнительный график, сделайте это на отдельном листе миллиметровой бумаги.

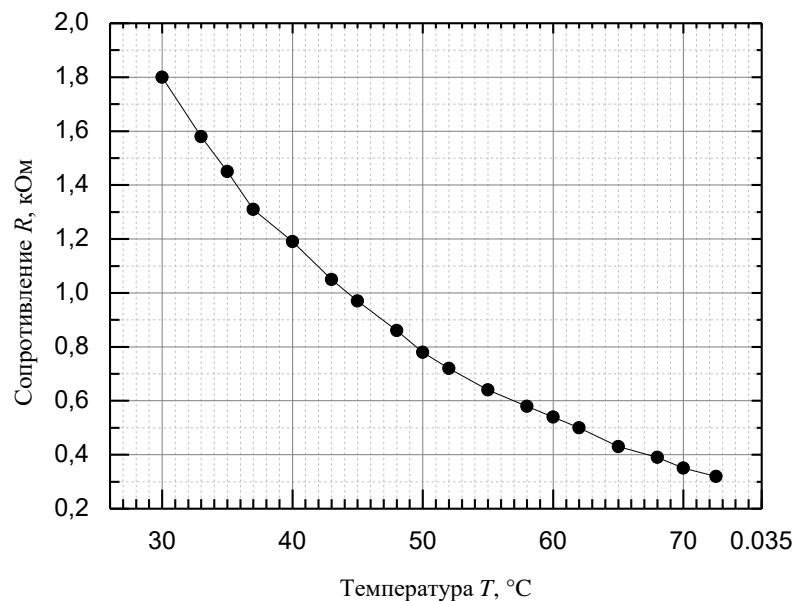
б) Определите численные значения параметров a и b , а также их погрешности.

Таблица 1

| | | | | | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t, ^\circ\text{C}$ | 72,5 | 70,0 | 68,0 | 65,0 | 62,0 | 60,0 | 58,0 | 55,0 | 52,0 |
| $R, \text{кОм}$ | 0,32 | 0,35 | 0,39 | 0,43 | 0,5 | 0,54 | 0,58 | 0,64 | 0,72 |
| $t, ^\circ\text{C}$ | 50,0 | 48,0 | 45,0 | 43,0 | 40,0 | 37,0 | 35,0 | 33,0 | 30,0 |
| $R, \text{кОм}$ | 0,78 | 0,86 | 0,97 | 1,05 | 1,19 | 1,31 | 1,45 | 1,58 | 1,8 |

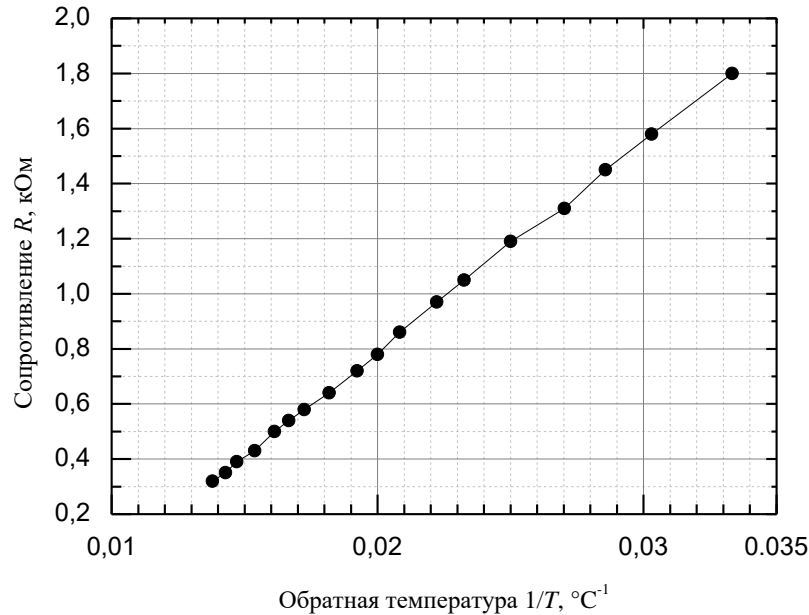
Решение:

Построим график зависимости сопротивления от температуры:



Видно, что функция имеет нелинейный характер и похожа на гиперболу. Однако для более точной проверки необходимо линеаризовать функцию. В случае, если зависимость окажется линейной, приближенная формула верна. Выполним замену переменной $A = 1/T$ и построим зависимость $R(A)$:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



Линейность полученного графика подтверждает, что приведённая формула правильно описывает полученную зависимость. Определенные по графику коэффициенты: $a = 76,37$, $b = -0,71$.

Погрешности определяются графическим способом и составляют около 1% для коэффициента a и около 1% для коэффициента b .

Критерии оценивания

| Критерий оценивания | Балл |
|---|--------------------------------------|
| Построен график зависимости $R(t)$ по заданным значениям | 15 баллов |
| Определен характер зависимости | 5 баллов |
| Предложен корректный способ определения коэффициентов (включая построение линеаризованного графика) | 30 баллов |
| Определены численные значения коэффициентов | 30 баллов (15 баллов за коэффициент) |
| Определены погрешности коэффициентов | 20 баллов (10 баллов за коэффициент) |

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 3

На рисунке 3 показана схема включения светодиода через резистивный делитель. Известно, что:

- через светодиод протекает ток 20 мА; падения напряжения на нем не происходит;
- сопротивление R_1 равно 750 Ом;
- сопротивление R_2 равно 250 Ом;
- в схеме есть два одинаковых сопротивления;
- номинал источника – не превышает 50В и равен целому числу вольт.

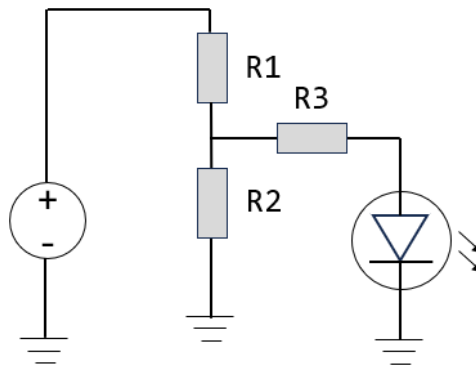


Рисунок 3 - Схема включения светодиода

Определите номинал источника напряжения.

Решение:

Из условия задачи нам известно, что в представленной схеме сопротивление R_3 может быть либо равно R_2 , либо R_1 , т.к. светодиод обладает нулевым сопротивлением (эквивалентен идеальному проводнику). В этом случае мы можем представить схему в виде параллельно соединённых R_2 и R_3 и последовательно с ними соединённого сопротивления R_1 . Зная ток на сопротивлении R_3 , можем определить по закону Ома напряжение на этом элементе. Оно будет эквивалентно напряжению на сопротивлении R_2 и в сумме с напряжением на сопротивлении R_1 даст искомое напряжение источника. Зная напряжение на сопротивлении R_2 определим ток на этом элементе, а также суммарный ток в цепи. В случае выбора сопротивления $R_3 = R_1$ получим величину в 75 В, что противоречит условию задачи, а в случае $R_3 = R_2$ получим значение 20 В.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Критерии оценивания

| Критерий оценивания | Балл |
|--|-------------------|
| Указана формула и получено значение напряжения на сопротивлении R3 | 20 баллов |
| Указано, что напряжение на R2 и R3 совпадают | 10 баллов |
| Указана формула и посчитан ток на сопротивлении R2 | 20 баллов |
| Рассчитан общий ток в цепи | 10 баллов |
| Найдено значение напряжения на элементе R1 | 10 баллов |
| Указанные вычисления проведены для двух случаев задачи | 20 баллов |
| Получено значение напряжения источника питания | 10 баллов |
| ИТОГО | 100 баллов |

Задача 4

В двух вертикально расположенных цилиндрах, площади сечений которых равны $S_1 = 500 \text{ см}^2$ и $S_2 = 300 \text{ см}^2$, находятся два свободных невесомых поршня, перемещающихся без трения, соединённых натянутой невесомой тонкой пружиной.

Между поршнями находится вода объемом $V = 40 \text{ л}$. Плотность воды считать равной

$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, а ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Атмосферное давление равно

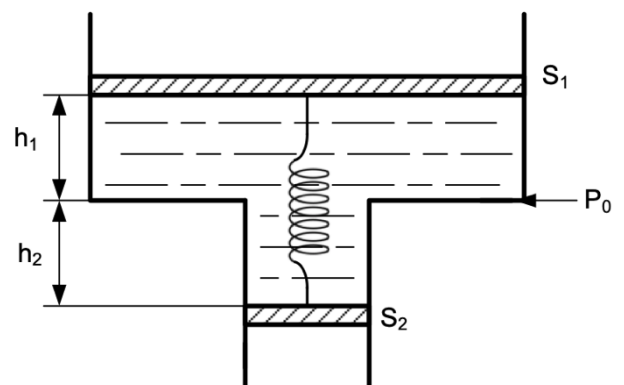


Рисунок 4 – Иллюстрация задачи 4

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

100 кПа. Сила натяжения пружины равна 200 Н. Найти давление жидкости P_0 на уровне соединения цилиндров.

Решение:

Условие баланса верхнего поршня:

$$P_a S_1 + F = (P_0 - \rho g h_1) S_1 \Rightarrow h_1 S_1 = \frac{P_0 S_1 - P_a S_1 - F}{\rho g}$$

Условие баланса нижнего поршня:

$$P_a S_2 + F = (P_0 + \rho g h_2) S_2 \Rightarrow h_2 S_2 = \frac{P_a S_2 + F - P_0 S_2}{\rho g}$$

Для объема воды можно записать:

$$V = h_1 S_1 + h_2 S_2$$

$$V = \frac{P_0 S_1 - P_a S_1 - F}{\rho g} + \frac{P_a S_2 + F - P_0 S_2}{\rho g}$$

$$\rho g V = P_0 (S_1 - S_2) - P_a (S_1 - S_2)$$

$$P_0 = \frac{\rho g V + P_a (S_1 - S_2)}{S_1 - S_2} = P_a + \frac{\rho g V}{S_1 - S_2} = 10^5 + \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0,04}{0,05 - 0,03} = 120 \text{ кПа}$$

Критерии оценивания

1. Верно составлено уравнение на условие баланса верхнего поршня – 10 баллов.
2. Верно составлено уравнение на условие баланса нижнего поршня – 10 баллов.
3. Получена итоговая формула для P_0 – 20 баллов.
4. Получен верный численный ответ – 10 баллов.

Задача 5

На междисциплинарном занятии по физике и информатике школьник Вася решал классическую задачу с разрядкой конденсатора на нагрузке, в которой определял значение напряжения на конденсаторе и ток в момент времени $t_1 = 1.0$ мкс, а также строил графики функций $U(t)$ и $I(t)$. Ёмкость конденсатора составляла $C = 0.6$ мкФ, напряжение источника – 10 В и сопротивление в цепи $R = 5.0$ Ом. Для решения поставленной задачи Вася написал

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

программу на языке программирования Python, однако по неизвестным причинам она не заработала.

- 1) Найдите ошибку в коде у Васи (варианты ошибок: ввод команд, последовательность действий, определение переменных и т.п.) и восстановите правильный код.
- 2) По данным кода восстановите решение задачи, которое Вася использовал в программе.
- 3) По приведённым графикам зависимости логарифма тока от времени определите время релаксации в данной системе (уменьшение тока в $e = 2.71828$ раз).

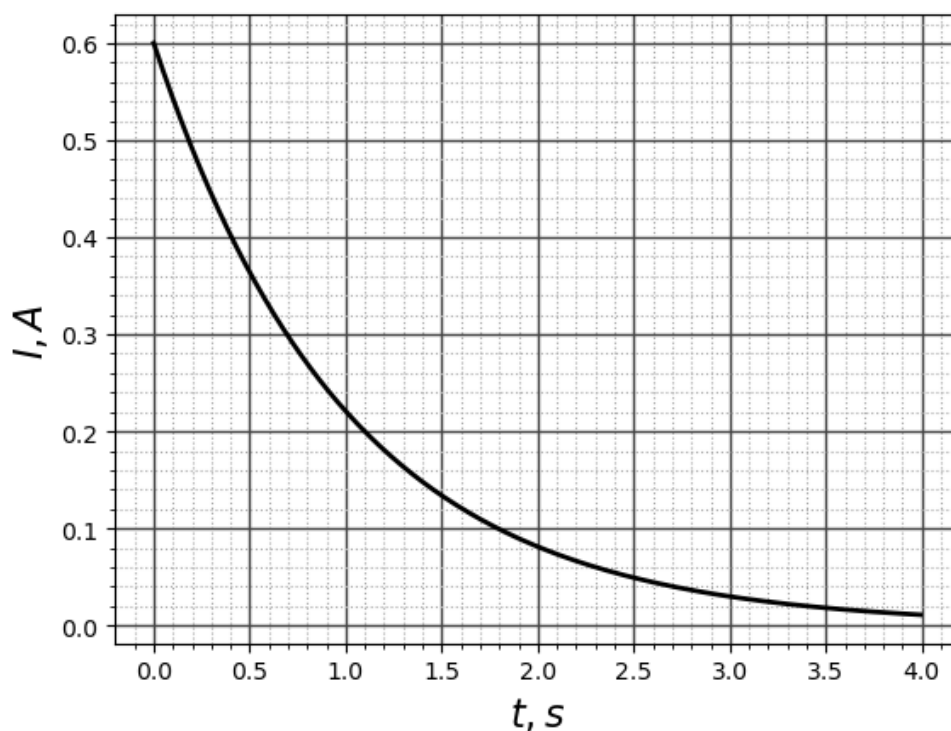


Рисунок 5 – Зависимость логарифма тока от времени

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Листинг программы:

```
01 import math as mt
02 import matplotlib.pyplot as plt
03 C=float(input('Input C[F]'));
04 R=float(input('Input R[Ohm]'));
05 E=input('Input E[V]');
06 t1=float(input('Input t1[s]'));
07 C=0.47e-6; R=1.0; E=12.0; t1=1.e-6;
08 tau=R**C; alpha=1./tau;
09 U1=E*(1.-mt.exp(-alpha*t1));
10 I1=E*mt.exp(-alpha*t1)/R;

11 print('U1=',U1,'V'\nI1=',I1,'A','\ntau',tau,'\nt1/tau',t1/tau)
12 NT=500; tmin=0; tmax=4.*tau; dt=(tmax-tmin)/NT;
13 t=[]; U=[]; I=[];
14 t.append(tmin/tau);U.append(E);I.append(E/R);
15 for i in range(1,NT) do:
16     tt=tmin+i*dt; t.append(tt/tau);
17     U.append(E*(1.-mt.exp(-alpha*tt)));
18     I.append(E*mt.exp(-alpha*tt)/R);

19 #График U(t)
20 plt.plot(t,U,'k-',linewidth=2,0)
21 plt.minorticks_on()
22 plt.grid(which='major', color = '#444', linewidth = 1)
23 plt.grid(which='minor', color='#aaa', ls=':')
24 plt.xlabel(' t, s ',fontsize=16)
25 plt.ylabel(' I, A ',fontsize=16)
26 plt.show()

27 #График I(t)
28 plt.plot(t,I,'k-',linewidth=2,0)
29 plt.minorticks_on()
30 plt.grid(which='major', color = '#444', linewidth = 1)
31 plt.grid(which='minor', color='#aaa', ls=':')
32 plt.xlabel(' t, s ',fontsize=16)
33 plt.ylabel(' U, V ',fontsize=16)
34 plt.show()
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Решение:

В представленном коде имеются следующие ошибки:

- 1) Определение времени релаксации (строка 08): Время релаксации (τ) для RC-цепи определяется как $\tau = RC$, а не $\tau = R^C$. Исправлено: $\tau=R*C$;
- 2) Ниже в строке кода определяются ранее введённые переменные как константы: 07 $C=0.47e-6$; $R=1.0$; $E=12.0$; $t1=1.e-6$, которые далее будут использоваться для расчёта, что делает ввод переменных бессмысленным. В правильной версии кода данная строка должна отсутствовать или быть закомментирована.
- 3) Далее при вводе цикла в строке 15 `for i in range(1,NT) do` заметна ошибка синтаксиса: в цикле `for` на языке `python` отсутствует «do».
- 4) При построении графика в 20 и 28 строках толщина линии графика определяется как «2,0», что является ошибкой, т.к. правильный вариант «2.0»
- 5) Неправильные метки осей (строки 25 и 33): Метки осей перепутаны местами. В строке 25 должно быть напряжение (U, V) , а в строке 33 - ток (I, A) .

Для решения данной задачи Вася в программе:

- 1) Определил постоянную времени как $\tau = RC, \alpha = \frac{1}{\tau}$
- 2) Определил значение напряжения конденсатора: $U = E(1 - e^{-\alpha t})$
- 3) Определил значение тока, протекающего через конденсатор: $I = Ee^{-\alpha t}/R$
- 4) Построил таблицу значений (массив данных) и нарисовал график разрядки конденсатора

По предоставленному графику было определено значение времени релаксации, которое составило 1 секунду.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

Критерии оценивания

| Критерий оценивания | Балл |
|--|--|
| Верно определены ошибки в коде программы | 10 баллов (2 балла за каждую ошибку) |
| Восстановлен правильный код программы (указаны правильные строки или приведён целиком правильный код) | 5 баллов |
| Восстановлено решение задачи исходя из кода программы: <ul style="list-style-type: none">● $\tau = RC$● $\alpha = \frac{1}{\tau}$● $U = E(1 - e^{-\alpha t})$● $I = Ee^{-\alpha t}/R$ | 3 балла 2 балла 10 баллов 10 баллов |
| Определено по графику значение постоянной релаксации | 10 баллов |
| ИТОГО | 50 баллов |