

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ. ТЕХНОЛОГИЯ
ПРОФИЛЬ «РОБОТОТЕХНИКА» 2023–2024 уч. г.
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
9 КЛАСС

Теоретический тур

РАЗБОР ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

Уважаемые участники!

Приведите подробное решение представленных задач. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

Задание № 1 (5 баллов)

Перед попыткой проходила жеребьёвка, для определения порядка старта роботов. В попытке участвовали роботы Аз, Буки, Веди, Глаголь, Добро, Есть. Попытки роботов происходят последовательно одна за другой. За один раз стартует только один робот. Известно, что:

- робот Аз стартовал четвёртым;
- робот Добро стартовал не вторым;
- робот Буки стартует не последним;
- робот Добро стартовал раньше робота Веди;
- робот Добро стартует сразу после робота Есть;
- робот Веди стартует сразу после робота Глаголь

Определите порядок, в котором стартовали роботы во время попытки. В ответ запишите последовательность заглавных букв, соответствующих первым буквам названий роботов, в том порядке, в котором стартовали роботы, например, АБВГДЕ.

Ответ: БЕДАГВ.

Решение

Будем обозначать роботов первыми буквами их названий. Поскольку роботы не могут стартовать одновременно, то для любой пары роботов можно указать, какой робот из пары стартует раньше другого.

Если робот 1 стартует раньше, чем робот 2, то будем писать знак «меньше», то есть $1 < 2$. Если робот 3 стартует позже робота 2, то будем писать $2 < 3$.

Запишем условие, переводя данные в предложенные условные обозначения.

$$\Gamma < В, Е < Д, Д < В.$$

Известно, что роботы Глаголь и Веди стартовали последовательно, как и роботы Есть и Добро. Из того, что $Е < Д, Д < В, \Gamma < В$ можно сделать вывод, что $ЕД < ГВ$.

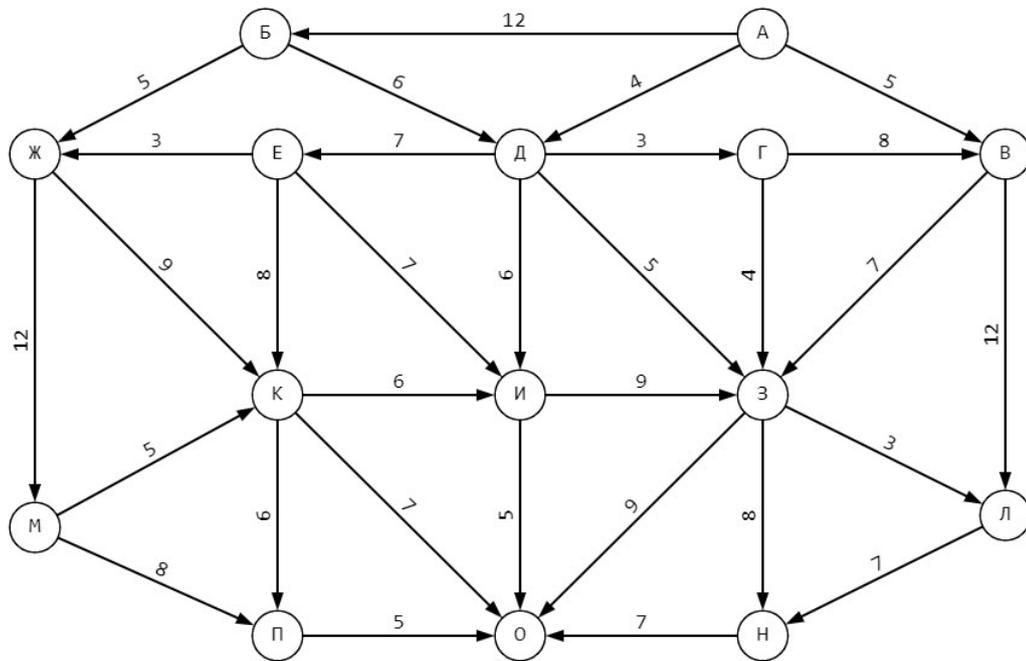
Из остальных данных можно установить, что робот Буки стартует первым, а Аз – четвёртым.

Таким образом, роботы стартовали в следующем порядке: Буки, Есть, Добро, Аз, Глаголь, Веди. То есть, ответ БЕДАГВ.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (БЕДАГВ)	5
2	Приведён только верный ответ (БЕДАГВ)	3

Задание № 2 (10 баллов)

Робот должен проехать от старта (точка А) до финиша (точка О) по линиям. Линии, связывающие старт с финишем, показаны на схеме (см. схему).



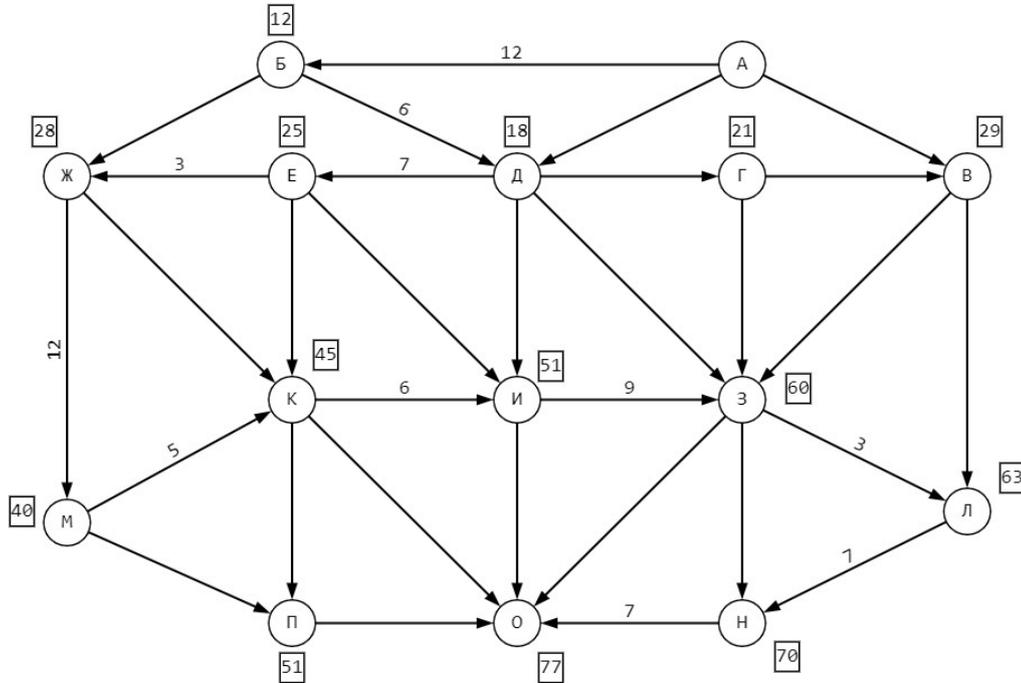
Схема

По регламенту движение разрешено только по линиям в направлении, указанном стрелками. Числами на схеме обозначено количество баллов, которое робот заработает за проезд данного участка. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое максимальное число баллов может заработать робот за один проезд, соответствующий регламенту?

Ответ: 77 баллов.

Решение

Будем обходить вершины последовательно, в направлении от А к О, помечая около каждой вершины баллы, которые мы получим, попав в неё. Если до вершины можно добраться несколькими путями, то в качестве пометки мы выберем максимальный из имеющихся вариантов. Получим:



Оптимальным окажется маршрут А–Б–Д–Е–Ж–М–К–И–З–Л–Н–О. Робот заработает 77 баллов.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (77 баллов)	10
2	Приведён только верный ответ (77 баллов)	5

Задание № 3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя моторами А и В, на осях которых находятся колёса одинакового радиуса. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Радиус колёс робота равен 6 см. Колея робота равна 24 см. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо вперёд.

Робот выполнил программу, состоящую из нескольких последовательных элементов.

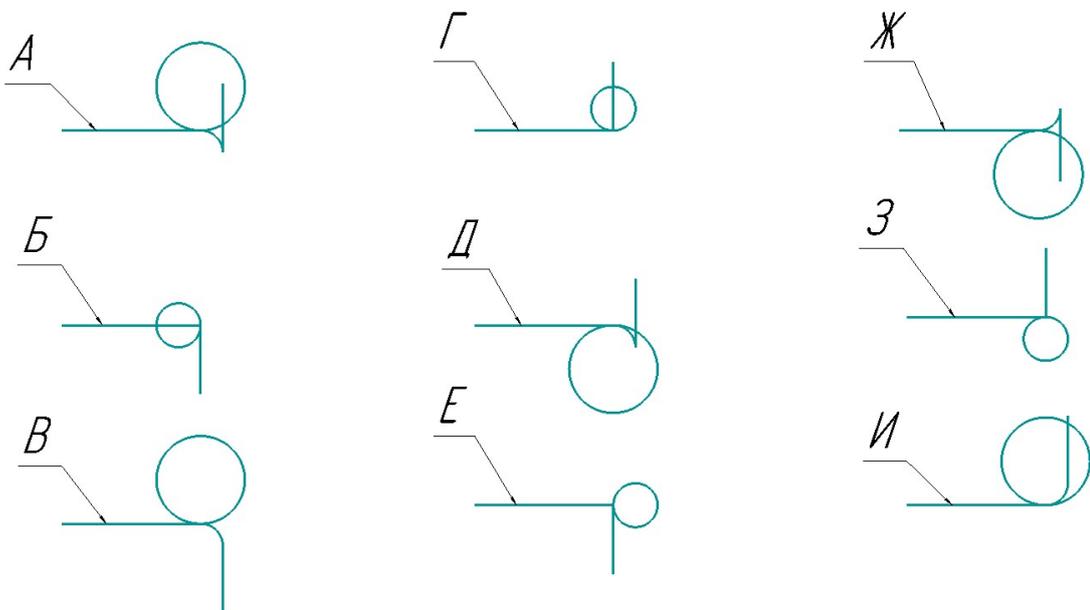
Элемент № 1. Ось мотора А повернулась на 720° , одновременно с этим ось мотора В повернулась на 720° .

Элемент № 2. Ось мотора А повернулась на 1440° , при этом ось мотора В была зафиксирована.

Элемент № 3. Ось мотора А повернулась на 180° , одновременно с этим ось мотора В повернулась на -180° .

Элемент № 4. Ось мотора А повернулась на -360° , одновременно с этим ось мотора В повернулась на -360° .

Среди предложенных вариантов изображений выберите тот, который наиболее точно изображает траекторию точки, расположенной посередине между центрами колёс.



Ответ: 3.

Решение

Для краткости, будем называть левое колесо робота колесом А, а правое колесо робота – колесом В. Обозначим точку по середине между центрами колёс как С.

Проанализируем движения, которые делал робот.

Элемент № 1. Робот движется прямо вперёд. Он проезжает расстояние, равное

$$2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 720^\circ : 360^\circ = 24\pi(\text{см})$$

Элемент № 2. Робот совершает поворот вокруг колеса В. Точка С движется по окружности радиуса 12 см. Робот поворачивается на угол, равный:

$$1440^\circ \cdot 6 : 24 = 1440^\circ : 4 = 360^\circ$$

Элемент № 3. Робот совершает поворот вокруг точки С, расположенной посередине между колёс. Робот поворачивается направо на угол

$$180^\circ \cdot 2 \cdot 6 : 24 = 90^\circ$$

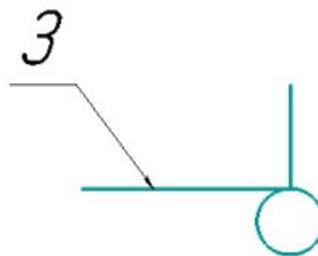
Элемент № 4. Робот движется прямо назад. Он проезжает расстояние, равное

$$2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 360^\circ : 360^\circ = 12\pi(\text{см})$$

Нас интересует траектория точки С, расположенной посередине между центрами колёс.

На первом шаге робот проедет расстояние прямо вперёд на 24π см, на втором шаге точка С совершает полный оборот по окружности радиусом 12 см по часовой стрелке, на третьем шаге точка С поворачивается вокруг себя на четверть оборота направо, на четвёртом шаге робот движется назад на 12π см.

Ответ 3 соответствует всем требованиям.



№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (Ответ 3)	10
2	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определено, что на втором шаге, робот начертил окружность (угол поворота 360°) радиуса 12 см, и то, что на третьем шаге точка С повернулась вокруг себя на 90°	5
3	Приведён только верный ответ (Ответ 3)	3

Задание № 4 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами одинакового диаметра. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса подсоединены к моторам через двухступенчатую передачу. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо вперёд.

На оси мотора находится шестерёнка радиусом 30 мм, на ведомой оси первой ступени – шестерёнка диаметром 2 см, на ведущей оси второй ступени – шестерёнка радиусом 5 см, на оси колеса – шестерёнка диаметром 40 мм.

Диаметр колёс робота равен 6 см, колея равна 24 см. На сколько градусов должна повернуться ось мотора А, чтобы робот совершил поворот вокруг правого колеса на 72° . Ответ дайте в градусах, округлив результат до целого.

Справочная информация

В задаче под диаметром шестерёнки понимается диаметр делительной окружности шестерёнки, а под радиусом шестерёнки – радиус делительной окружности шестерёнки.

Диаметр делительной окружности d является одним из основных параметров, по которому производят расчёт шестерёнки:

$$d = m \cdot z, \text{ где } z - \text{число зубьев, } m - \text{модуль.}$$

Если две шестерни входят в зацепление и происходит передача вращения с одной из них на другую, то это означает, что у данных зубчатых колёс одинаковый модуль.

Ответ: 77° .

Решение

$$2 \text{ см} = 20 \text{ мм}$$

$$5 \text{ см} = 50 \text{ мм}$$

Посчитаем длину обода колеса:

$$6 \cdot \pi = 6\pi$$

Посчитаем длину пути, который должно пройти колесо А, чтобы робот развернулся вокруг правого колеса:

$$2 \cdot 24 \cdot \pi \cdot 72^\circ : 360^\circ = 9,6\pi(\text{см})$$

Определим, сколько оборотов делает ось колеса на 1 оборот оси мотора:

$$\frac{2 \cdot 30}{20} \cdot \frac{2 \cdot 50}{40} = 7,5(\text{об.})$$

Посчитаем, на сколько градусов должна повернуться ось мотора А:

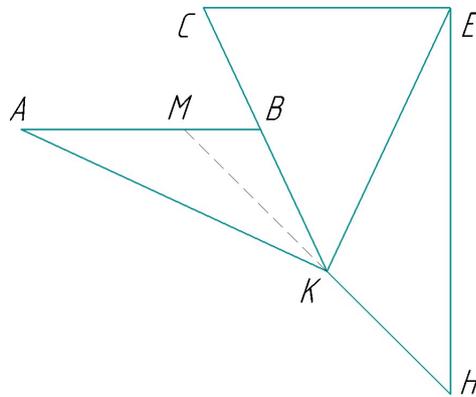
$$\frac{9,6\pi}{6\pi} : 7,5 \cdot 360^\circ = 76,8^\circ \approx 77^\circ$$

Московская олимпиада школьников. Технология. Профиль «Робототехника»
Заключительный этап. 2023–2024 уч. г. 9 класс. Теоретический тур

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (77°)	10
2	Приведено верное решение. Допущена ошибка при округлении финального ответа. Ответ отличается от верного не более чем на 2° ($77^\circ \pm 2^\circ$)	8
3	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определена длина дуги окружности, по которой пойдёт колесо робот при повороте $9,6\pi$ см ($30,144$ см), или верно определён угол поворота колеса (576° или $\frac{8}{5}$ оборота)	5
4	Приведён только верный ответ (77°)	3

Задание № 5 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и с помощью кисти, закреплённой посередине между колёс, наносит на неё изображение фигуры, составленной из трёх треугольников (см. *чертёж*).



Чертёж

Известно, что $AB \parallel CE$, $CK = KE$, $\angle CEN = 90^\circ$, $\angle BAK = \angle KEN$, $\angle АКВ = 20^\circ$, KM – биссектриса $\angle АКВ$, точки M , K и H лежат на одной прямой.

Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу. При этом отрезок KM изображать не надо. Все повороты робот должен совершать на месте. Робот не может ехать назад. Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

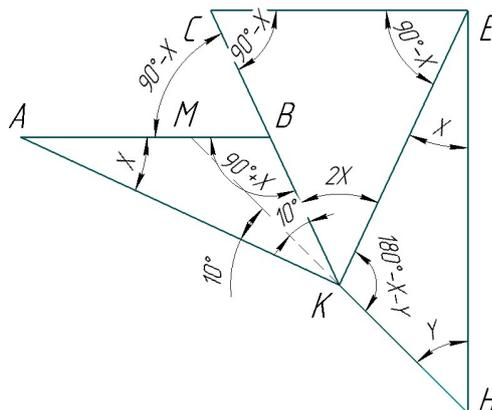
Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Ответ: 615° .

Решение

Обозначим $\angle BAK$ за X , а $\angle KHE$ за Y . Тогда, пользуясь геометрическими соображениями, можно показать, что углы фигуры соотносятся следующим образом:



Тогда, поскольку сумма углов треугольника АВК равна 180° , то можем составить уравнение:

$$X + 90^\circ + X + 20^\circ = 180^\circ$$

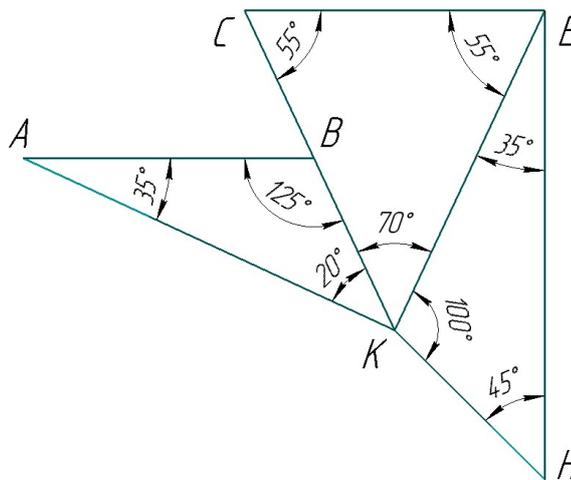
Так как $\angle MKN$ – развёрнутый, то можно составить уравнение:

$$10^\circ + 2X + 180^\circ - X - Y = 180^\circ$$

Решив два полученных уравнения в системе, получим следующий результат:

$$X = 35^\circ, Y = 45^\circ.$$

Пересчитаем значения углов фигуры и подпишем их градусные меры на рисунке:



Данная фигура не является выпуклой и имеет части с самопересечением.

Представим фигуру в виде графа, где отрезки – это рёбра графа, а вершины фигуры – это вершины графа. Определим степень каждой из вершин, и среди них выберем те, у которых степень выражена нечётным числом. Вершин с нечётной степенью всего две, это вершины В и Е. Степень каждой из вершин равна 3. Робот должен будет стартовать в одной из этих вершин и финишировать во второй, при этом проехав каждую из них по дороге ещё по одному разу.

По условию задачи по каждому из отрезков мы должны проехать ровно один раз.

Работу по условию задачи запрещено ехать назад, все повороты робот будет совершать на месте.

В ходе движения стоит попытаться минимизировать число поворотов, например, проехав вершину В без одного поворота, напрямую, например С–В–К. При выборе угла поворота будем стараться выбрать направление, при котором поворот будет происходить каждый раз в вершине угла с максимальной градусной мерой.

Рассмотрим варианты старта из вершины В:

В–А–К–Н–Е–С–В–К–Е, В–А–К–Е–С–В–К–Н–Е и В–А–К–В–С–Е–Н–К–Е.

Для вершины Е траектории будут те же, что для вершины В, но вершины будут посещены в обратном порядке.

Посчитаем угол поворота при проезде по траектории В–А–К–Н–Е–С–В–К–Е:

$$(180^\circ - 35^\circ) + (20^\circ + 70^\circ + 100^\circ - 180^\circ) + (180^\circ - 45^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 55^\circ) + (180^\circ - 70^\circ) = 145^\circ + 10^\circ + 135^\circ + 90^\circ + 125^\circ + 110^\circ = 615^\circ$$

Посчитаем угол поворота при проезде по траектории В–А–К–Е–С–В–К–Н–Е:

$$(180^\circ - 35^\circ) + (180^\circ - (20^\circ + 70^\circ)) + (180^\circ - 55^\circ) + (180^\circ - 55^\circ) + (180^\circ - (70^\circ + 100^\circ)) + (180^\circ - 45^\circ) = 145^\circ + 90^\circ + 125^\circ + 125^\circ + 10^\circ + 135^\circ = 630^\circ$$

Посчитаем угол поворота при проезде по траектории В–А–К–В–С–Е–Н–К–Е:

$$(180^\circ - 35^\circ) + (180^\circ - 20^\circ) + (180^\circ - 55^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 45^\circ) + (180^\circ - 100^\circ) = 145^\circ + 160^\circ + 125^\circ + 90^\circ + 135^\circ + 80^\circ = 735^\circ$$

Наименьший суммарный угол поворота даёт обход по траектории

В–А–К–Н–Е–С–В–К–Е.

Он равен 615° .

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (615°)	15
2	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определены градусные меры угла ВАК (35°) и угла КНЕ (45°)	8
3	Приведён только верный ответ (615°)	5

Максимальный балл за работу – 50.