

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**10 класс**  
**Вариант 1**

**Задача 1**

Дан “серый ящик”, показанный на рисунке 1. Диод — это электронный компонент, который позволяет току течь только в одном направлении. Когда диод подключён правильно, то есть анод (положительный вывод, на схеме находится со стороны основания треугольника) подключён к более высокому потенциалу, а катод (отрицательный вывод, на схеме находится со стороны вершины треугольника) — к более низкому, и разность потенциалов достигает “напряжения открытия”, ток проходит через диод. Иначе ток не будет проходить, и диод будет блокировать его. Вольт-амперная характеристика (зависимость силы тока от напряжения на элементе) идеального диода в “ящике” представлена на рисунке 2. К схеме подключают идеальные амперметр, вольтметр и источник постоянного напряжения, чтобы снять ВАХ “серого ящика” пуская ток сначала в одном направлении, а потом в обратном. Сначала “+” источника расположен на левом выводе схемы. Полученные зависимости представлены на рисунках ниже. Используя информацию с графиков, ответьте на следующие вопросы:

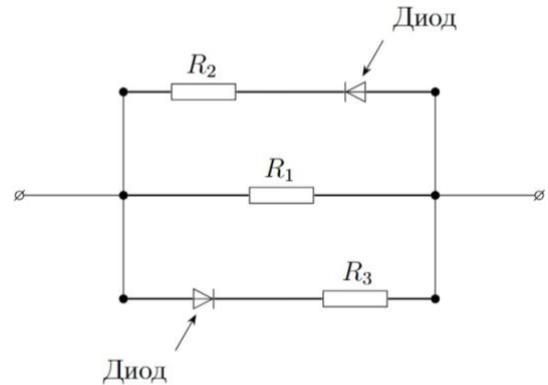


Рис.1 - серый ящик

- 1) Чему равно напряжение открытия диода?
- 2) Чему равно  $R_1$ ?
- 3) Чему равно  $R_2$ ?
- 4) Чему равно  $R_3$ ?
- 5) Нарисуйте блок-схему программы, которая по количеству параллельно соединённых резисторов и их величинам находит эквивалентное напряжение.

Входные данные:

$N$  - количество резисторов;

$R_i$  - сопротивление резисторов в Омах,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;

Выходные данные:

$R$  - эквивалентное сопротивление

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

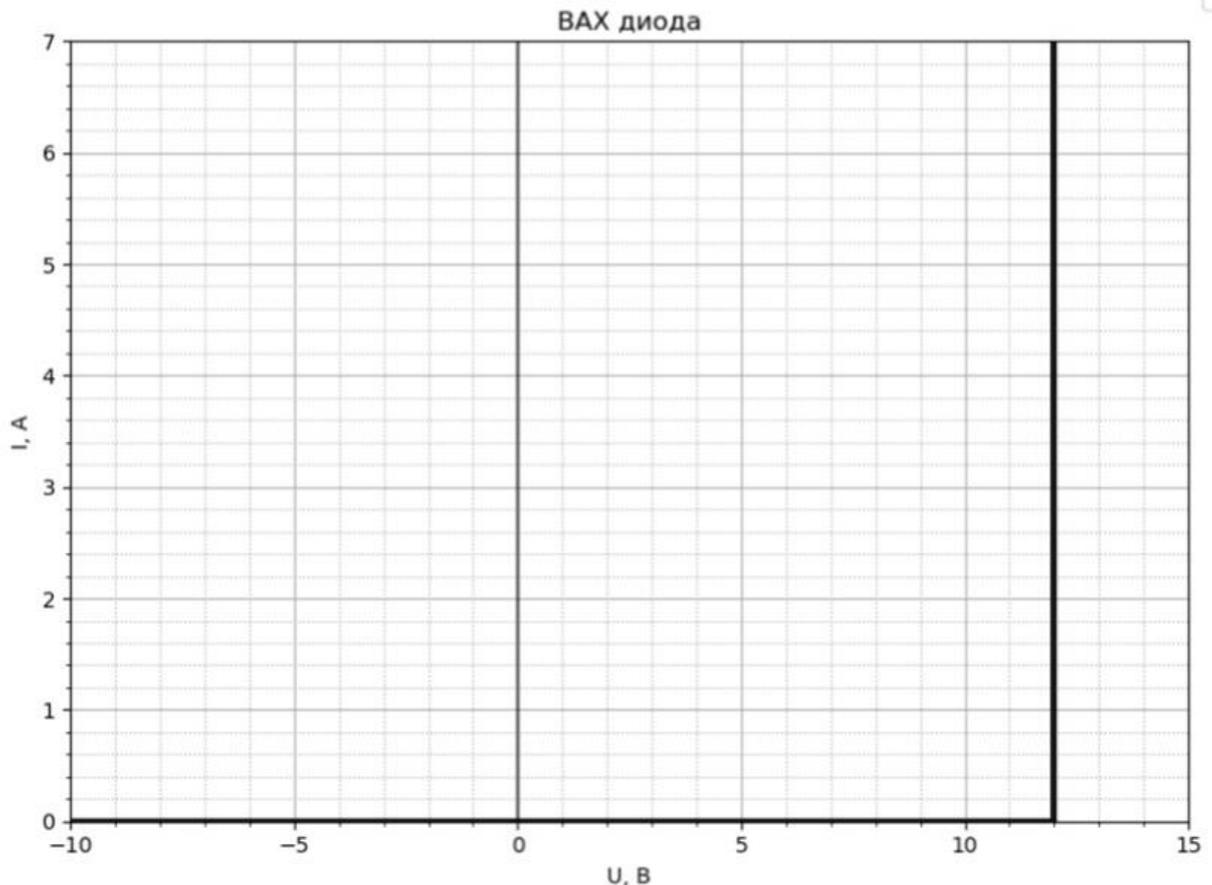
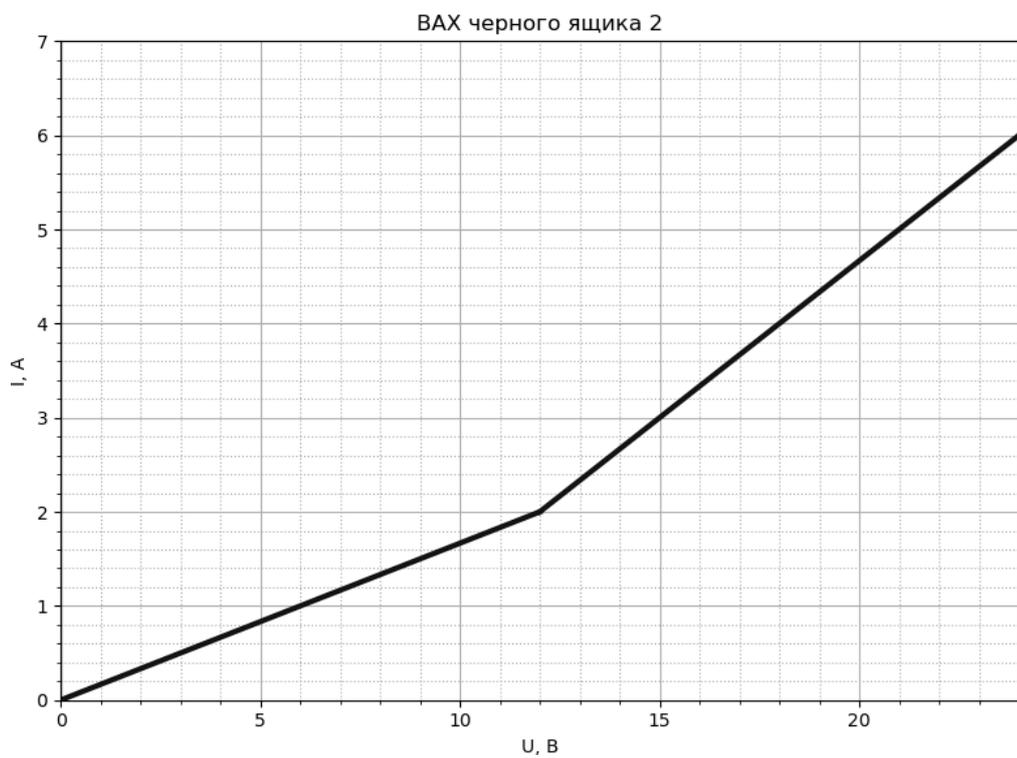
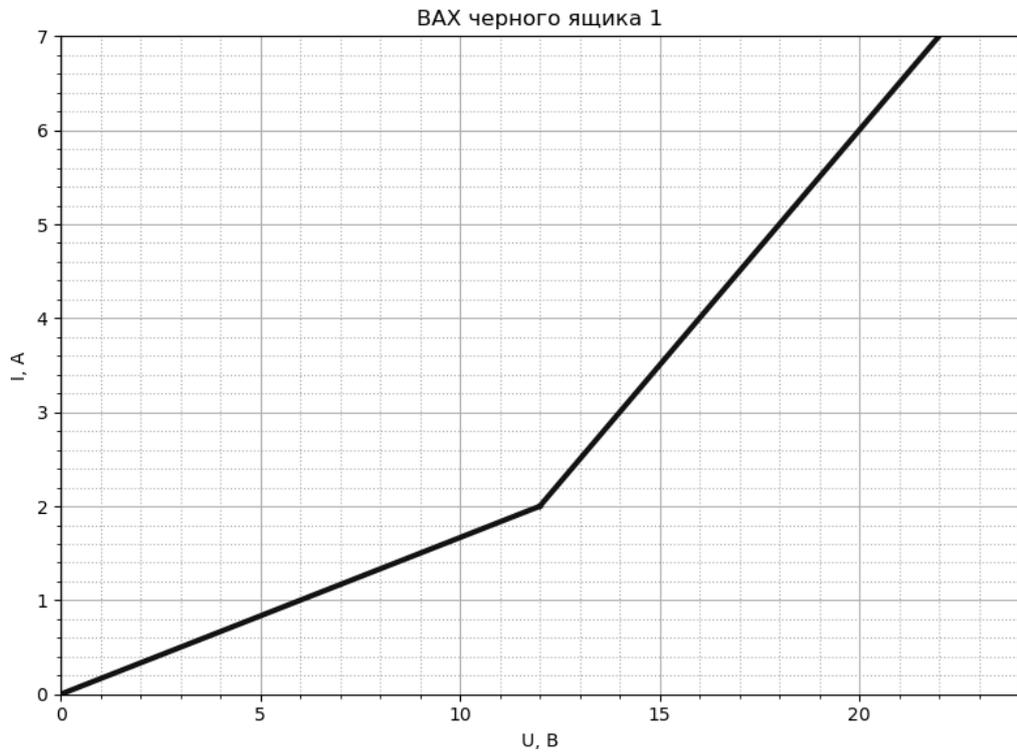


Рисунок 2 - ВАХ идеального диода

**Решение задачи №1:**

1. Из ВАХ диода видим, что при 12 В через него начинает идти ток – это и есть момент открытия диода.
2. В случае, когда внешнее напряжение меньше 12 В, все диоды в схеме закрыты, поэтому ток идет только через резистор R1. Такая ситуация соответствует первому линейному участку на обеих ВАХ ящиков. Возьмем на них точку, например, 6В и 1А. Тогда из закона Ома  $R1 = 6В / 1А = 6 \text{ Ом}$
3. После 12 В в каждом из случаев открывается только один диод. При подключении + и – (первый случай) открывается диод на ветви с R3, а во втором случае – на ветви с R2.  
Рассмотрим вторую ВАХ. На втором участке выберем точку, например, 15В и 3А. На R1 напряжение 15В, следовательно, ток  $I1 = 15В / 6\text{Ом} = 5/2 \text{ А}$ . Тогда через R2 протекает ток  $I2 = 3А - 5/2 \text{ А} = 1/2 \text{ А}$ . Напряжение на R2 = 15 В – 12 В = 3 В (т.к. на диоде постоянное напряжение 12 В). Тогда  $R2 = 3В / (1/2 \text{ А}) = 6 \text{ Ом}$
4. Рассмотрим первую ВАХ. На втором участке выберем точку, например, 20В и 6А. На R1 напряжение 20В, следовательно, ток  $I1 = 20В / 6\text{Ом} = 10/3 \text{ А}$ . Тогда через R3 протекает ток  $I3 = 6А - 10/3 \text{ А} = 8/3 \text{ А}$ . Напряжение на R3 = 20 В – 12 В = 8 В (т.к. на диоде постоянное напряжение 12 В). Тогда  $R3 = 8В / (8/3 \text{ А}) = 3 \text{ Ом}$

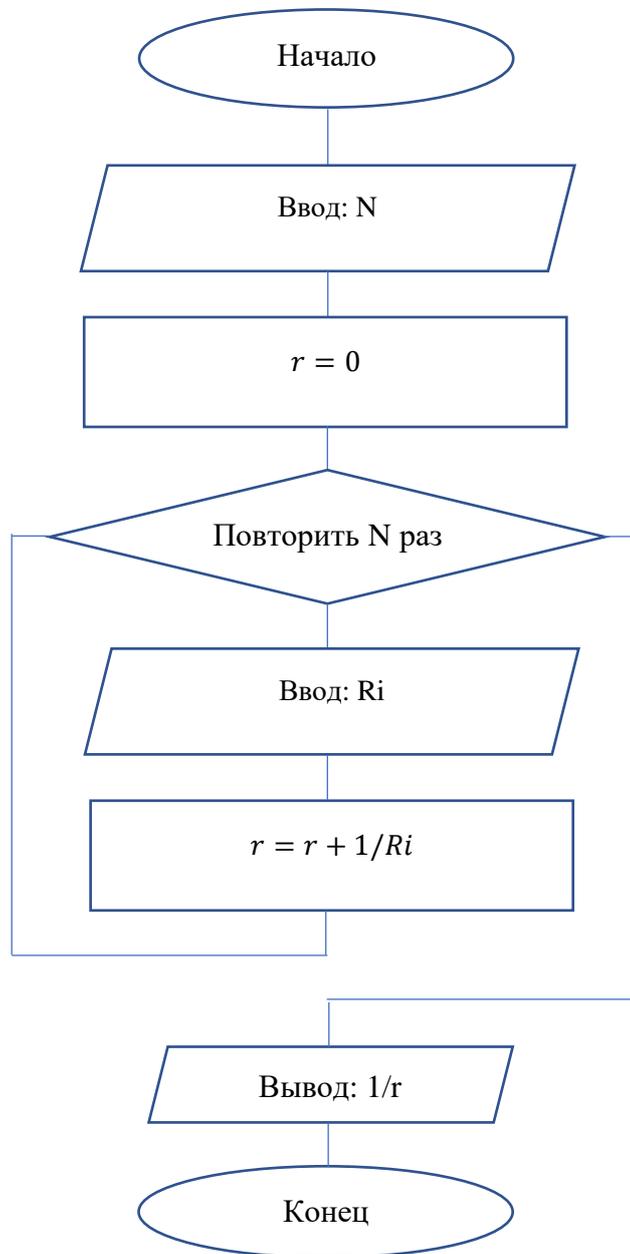
МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

---

5. Требуемая блок-схема может выглядеть так:



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**Задача 2**

Тепловые аккумуляторы – устройства, способные накапливать в себе тепловую энергию и отдавать её при необходимости использования для нужд отопления или горячего водоснабжения. Эти устройства отличаются большой теплоёмкостью, что достигается за счёт использования фазового перехода веществ: при накоплении тепла внутри них происходит плавление рабочего вещества (например, парафин), а при отдаче тепла – его кристаллизация. Использование фазового перехода позволяет получать компактные устройства, способные накапливать значительное количество тепловой энергии, а постоянство температуры при фазовом переходе позволяет получать термически стабильный источник тепла (то есть, отдающий тепло при постоянной температуре).

На метеостанции в отдалённом высокогорном регионе требуется установить тепловой аккумулятор для поддержания комфортной температуры в  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$  внутри помещения – небольшого домика с плоской крышей, размерами  $10\times 8\times 3$  метра (длина-ширина-высота). Определите минимальную массу рабочего вещества теплового аккумулятора (парафин), достаточной для поддержания указанной температуры внутри здания в течение суток. Ответ дайте в килограммах, округлив до целого числа. Принять удельную теплоту парафина равной  $0,15\text{ МДж/кг}$ . Суточное колебание температуры снаружи приведено на рисунке 1. Считать, что потери тепла за одну секунду в окружающую среду от здания пропорциональны разности температур между улицей и внутренним помещением, площади всех стен и крыши, а также коэффициенту теплопередачи, равному  $2,3\text{ Вт/(м}^2\cdot^{\circ}\text{C)}$ . Восполнение затраченной аккумулятором тепловой энергии идёт в период между 10 и 18 часами за счёт солнечных тепловых коллекторов. Считать, что во время их работы их тепловой мощности достаточно и для восполнения энергии в аккумуляторе, и для поддержания температуры в помещении. Работа аккумулятора после полной кристаллизации вещества не рекомендуется из-за резкого снижения его эффективности.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

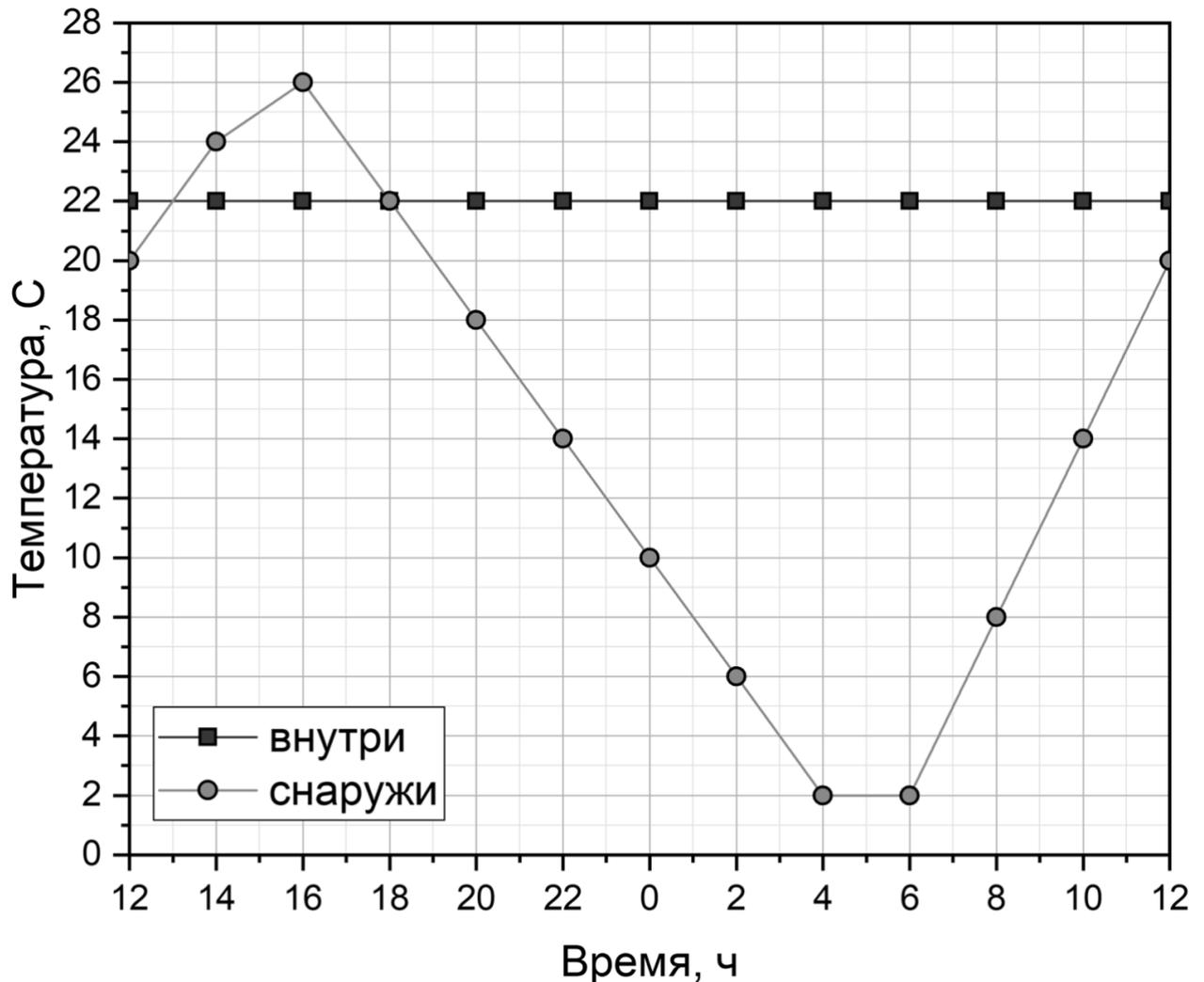


Рисунок 1 – Суточное колебание температуры окружающей среды

### Решение задачи №2

Запасенная тепловая энергия во время работы аккумулятора в режиме нагрева помещения полностью расходуется на компенсацию тепловых потерь. Исходя из описания расчета тепловых потерь, можно построить формулу, позволяющую понять сколько Джоулей тепла ушло из помещения в окружающую среду (1):

$$Q_{\text{пот}} = kS\overline{\Delta t}\tau \quad (1)$$

где  $k$  - заданный коэффициент теплоотдачи,  $S$  – площадь боковых стен и крыши помещения,  $\Delta t$  – средняя разность температур между помещением и окружающей средой,  $\tau$  - время, в течение которого рассчитывается потеря тепла и за которое определен средний перепад температур.

Из графика видно, что изменение температуры окружающей среды линейно. Можно выделить три временных интервала, для которых следует рассчитать суммарную

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**

**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

потерянную в окружающую среду энергию: с 18:00 до 04:00, с 04:00 до 06:00 и с 06:00 до 10:00. Эти количества теплоты  $Q_{\text{пот}1,2,3}$  считаются по приведенной выше формуле, причем средний температурный перепад также легко определяется. На участках, где изменение температуры окружающей среды линейно (2):

$$\overline{\Delta t}_{1,3} = t_{\text{помещ}} - \frac{t_{\text{возд макс } i} + t_{\text{возд мин } i}}{2} \quad (2)$$

а где температура окружающей среды постоянна (3):

$$\overline{\Delta t}_2 = t_{\text{помещ}} - t_{\text{возд } 2} \quad (3)$$

Суммарная потерянная энергия равна теплу, полученному от аккумулятора в результате фазового перехода (кристаллизации). Составляя уравнение теплового баланса, имеем (4):

$$Q_{\text{пот } 1} + Q_{\text{пот } 2} + Q_{\text{пот } 2} = \lambda m \quad (4)$$

где  $m$  – масса вещества аккумулятора, которую требуется найти по условию задачи. Далее решение сводится к подстановке  $Q_{\text{пот}1,2,3}$  в уравнение теплового баланса и определению массы вещества аккумулятора (5):

$$\begin{aligned} m &= \frac{k \cdot S \cdot (\Delta t_1 \cdot \tau_1 + \Delta t_2 \cdot \tau_2 + \Delta t_3 \cdot \tau_3)}{\lambda} \\ &= \frac{k \cdot (2ac + 2bc + ab) \cdot (\Delta t_1 \cdot \tau_1 + \Delta t_2 \cdot \tau_2 + \Delta t_3 \cdot \tau_3)}{\lambda} \\ &= \frac{2,3 \cdot (2 \cdot 10 \cdot 3 + 2 \cdot 8 \cdot 3 + 10 \cdot 8) \cdot (10 \cdot 10 + 20 \cdot 2 + 14 \cdot 4) \cdot 3600}{0,15 \cdot 10^6} = 2034 \text{ кг} \end{aligned} \quad (5)$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

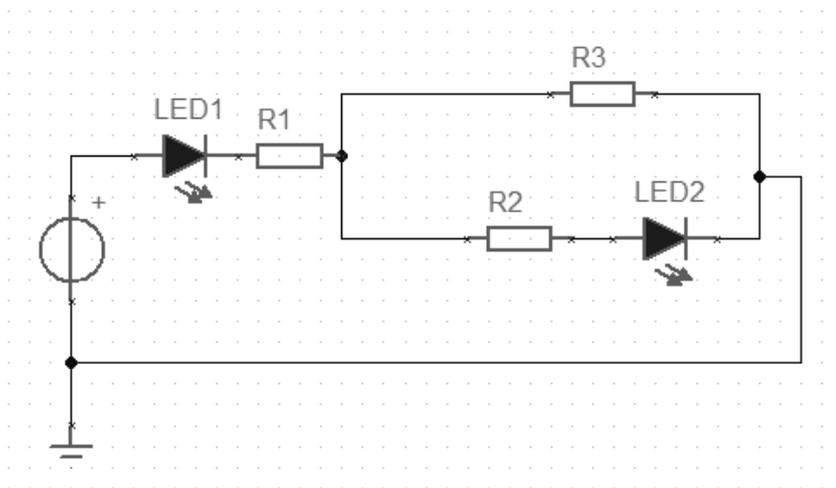
---

**Задача 3**

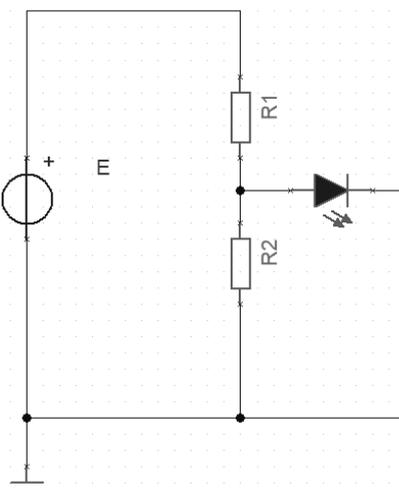
Вам предоставлена для исследования некоторая электрическая схема, показанная на рисунке. Изучив схему, дайте ответы на следующие вопросы:

- 1) Что такое предельная рассеиваемая мощность электронного компонента?
- 2) Что такое идеальный источник напряжения?

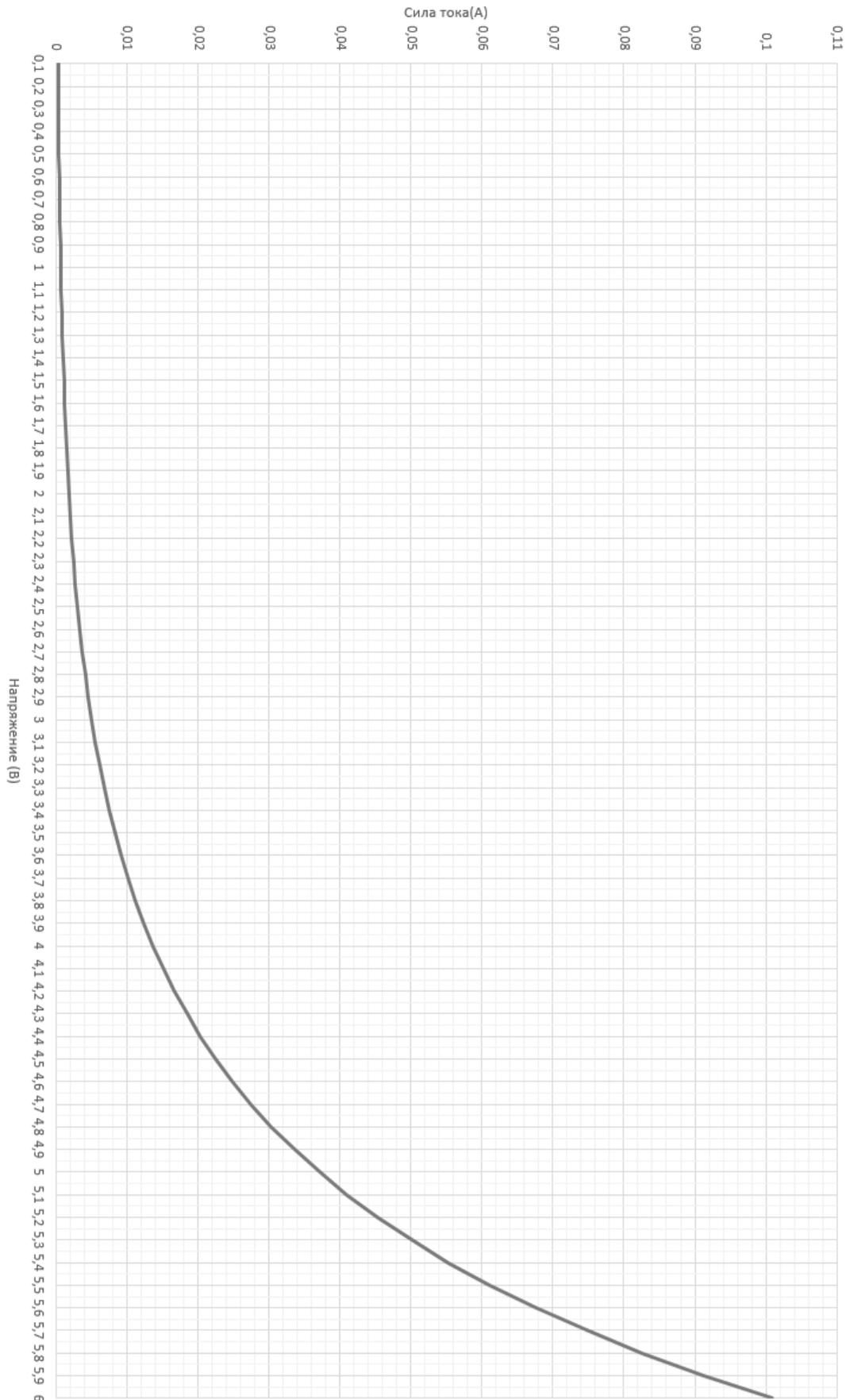
3) Рассчитайте номинал сопротивления и рассеиваемую мощность резистора  $R_1$  и  $R_2$  на представленной схеме, если известно, что для корректной работы первого светодиода необходима сила тока равная 40 мА и падение напряжения составляет 4 В, а для второго светодиода сила тока - 20 мА и падение напряжения – 2 В. Резистор  $R_3 = 200$  Ом, источник напряжения 12 В.



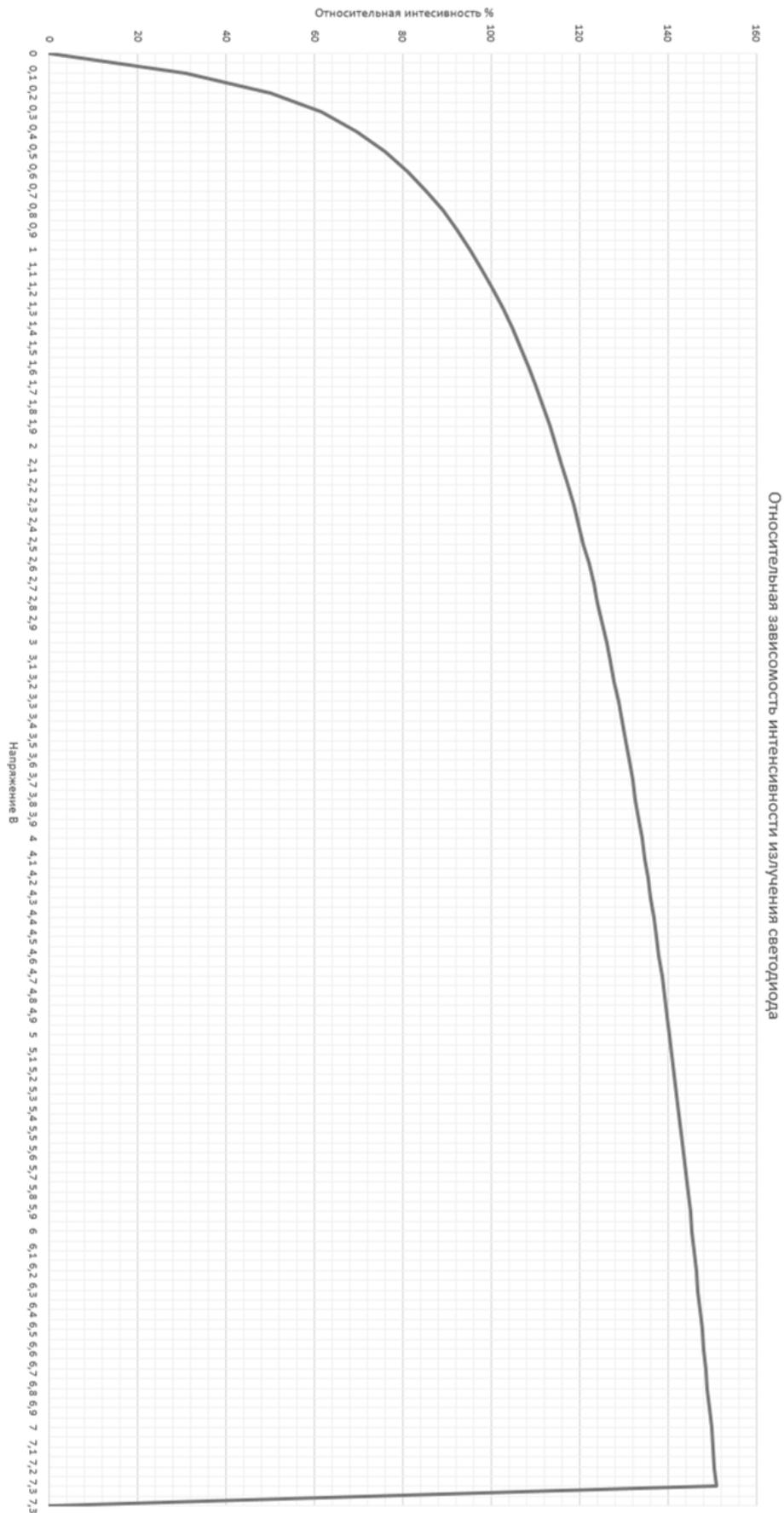
4) Рассчитайте номинал сопротивления и рассеиваемую мощность резистора  $R_1$ , а так же рассеиваемую мощность резистора  $R_2$  на представленной схеме, на основании графика зависимости интенсивности излучения светодиода и его вольт-амперной характеристики при мощности работы светодиода на 124%. Источник напряжения 10В, сопротивление  $R_2 = 1$  кОм.



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

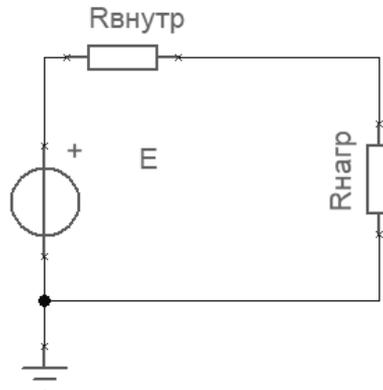


Москва  
2024 / 2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

5) Определите и обоснуйте, при каком сопротивлении  $R_{\text{нагр}}$  реальный источник напряжения будет выдавать максимальную мощность, если известно  $E = 10\text{В}$ ,  $R_{\text{внутр}} = 1000\text{м}$ .



**Решение задачи №3:**

1) Предельная рассеиваемая мощность электронного компонента — это мощность, которую способен выдерживать (рассеивать) электронный компонент при долгой стабильной работе без изменения температуры.

2) Идеальный источник напряжения – это источник электрической энергии, у которого на выходе не изменяется напряжение при подключении к нему различных видов нагрузки. Другими словами, напряжение остается неизменным, а сила тока может быть различной. Идеальный источник напряжения не имеет внутреннего сопротивления.

3) Так как нам известна сила тока на первом и втором светодиоде, по первому закону Кирхгофа мы сможем найти силу тока протекающего через резистор  $R_3$ :  $I_3 = I_1 - I_2 = 20\text{мА}$ . Тогда падение напряжения на нем будет  $U_3 = I_3 * R_3 = 4\text{В}$ . Т.к.  $R_3$  паралелен  $R_2$  и светодиоду 2, то падение напряжения на данном участке будет равно  $U_3$ . На основании находим  $R_2$ :

$$U_3 = U_{\text{свет2}} + U_{R_2}$$

$$I_{\text{свет2}} = I_{R_2}$$

Тогда:

$$R_2 = \frac{U_{R_2}}{I_{R_2}} = \frac{U_3 - U_{\text{свет2}}}{I_{\text{свет2}}} = 1000\text{м}$$

Падение напряжение на  $R_1$  и светодиоде 1 равно:

$$U_{R_2+\text{свет}} = U_{\text{общее}} - U_{R_3} = 8\text{В}.$$

Тогда по такому же принципу получаем

$$R_1 = \frac{U_{R_1}}{I_{R_2}} = \frac{U_{R_2+\text{свет}} - U_{\text{свет1}}}{I_{\text{свет1}}} = 1000\text{м}$$

Выделяема мощность на резисторах равна:

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

$$P_{R_2} = I_{R_2} * U_{R_2} = I_{\text{свет}2} * (U_3 - U_{\text{свет}2}) = 40\text{мВт}$$

$$P_{R_3} = I_{R_3} * U_{R_3} = I_{\text{свет}1} * (U_{R_2+\text{свет}} - U_{\text{свет}1}) = 160\text{мВт}$$

4) Исследуя график зависимости интенсивности излучения светодиода, определяем рабочее напряжение светодиода  $U_{\text{свет}} = 2.8\text{В}$ . Исследуя график зависимости ВАХ, определяем рабочий ток  $I_{\text{свет}} = 0.004\text{А}$ .

Тогда произведем эквивалентную замену светодиода на резистор:

$$R_{\text{свет}} = \frac{U_{\text{свет}}}{I_{\text{свет}}} = 7000\text{Ом}.$$

Объединим резистор  $R_2$  и  $R_{\text{свет}}$  :

$$R_{\text{общ}2} = \frac{R_2 * R_{\text{свет}}}{R_{\text{свет}} + R_2} = 411,76470588235294117647058823529$$

Т.к. получившаяся схема является делителем напряжения, и нам известно падение напряжения на светодиоде, мы сможем найти сопротивление  $R_2$ :

$$U_{\text{общ}2} = \frac{U_{\text{общ}} * R_{\text{общ}2}}{R_1 + R_{\text{общ}2}}$$

$$R_1 = \frac{U_{\text{общ}} * R_{\text{общ}2} - R_{\text{общ}2} U_{\text{общ}2}}{U_{\text{общ}2}}$$

$$R_1 = \frac{U_{\text{общ}} * R_{\text{общ}2} - R_{\text{общ}2} U_{\text{свет}}}{U_{\text{свет}}} = 1058,82352941176470\text{Ом}$$

Мощность выделяема на резисторах равна:

$$P_{R_1} = I_{R_1} * U_{R_1} = \frac{(U_{\text{общ}} - U_{\text{свет}})^2}{R_1} = 0,04896\text{Вт}$$

$$P_{R_2} = I_{R_2} * U_{R_2} = \frac{(U_{\text{свет}})^2}{R_2} = 0,007404\text{Вт}$$

5) Если данную схему представить как делитель напряжения, где  $R_2$  имеет свойство менять свое значение, то по формуле:

$$U_{\text{Вых}} = \frac{U_{\text{общ}} * R_2}{R_1 + R_2}$$

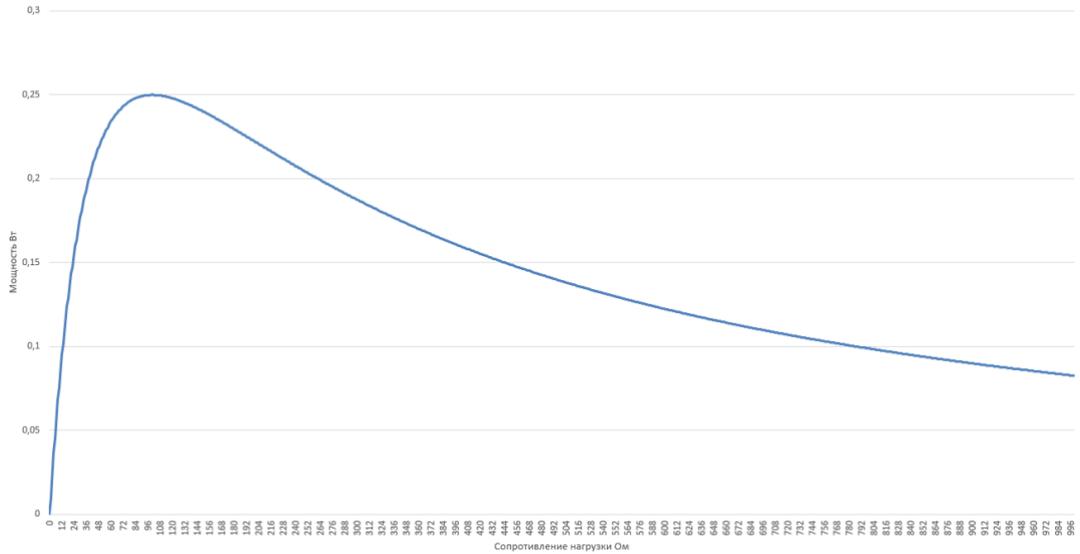
Видно, что напряжение нарастает гораздо интенсивнее до момента выравнивания сопротивлений  $R_2$  и  $R_1$ , а при  $R_2 > R_1$  скорость увеличения значения напряжения резко снижается. Но так как сила тока изменяется линейно, можно сделать вывод что пик максимальной нагрузки будет приходиться на  $R_2 = R_1 = R_{\text{внутр}} = 1000\text{Ом}$ .

Для подтверждения построим график зависимости мощности от сопротивления нагрузки:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

$$P_{\text{нагр}} = I_{\text{нагр}} * U_{\text{нагр}} = \frac{U_{\text{общ}}}{R_{\text{нагр}} + R_{\text{внутр}}} * \frac{U_{\text{общ}}}{R_{\text{нагр}} + R_{\text{внутр}}} * R_{\text{нагр}}$$

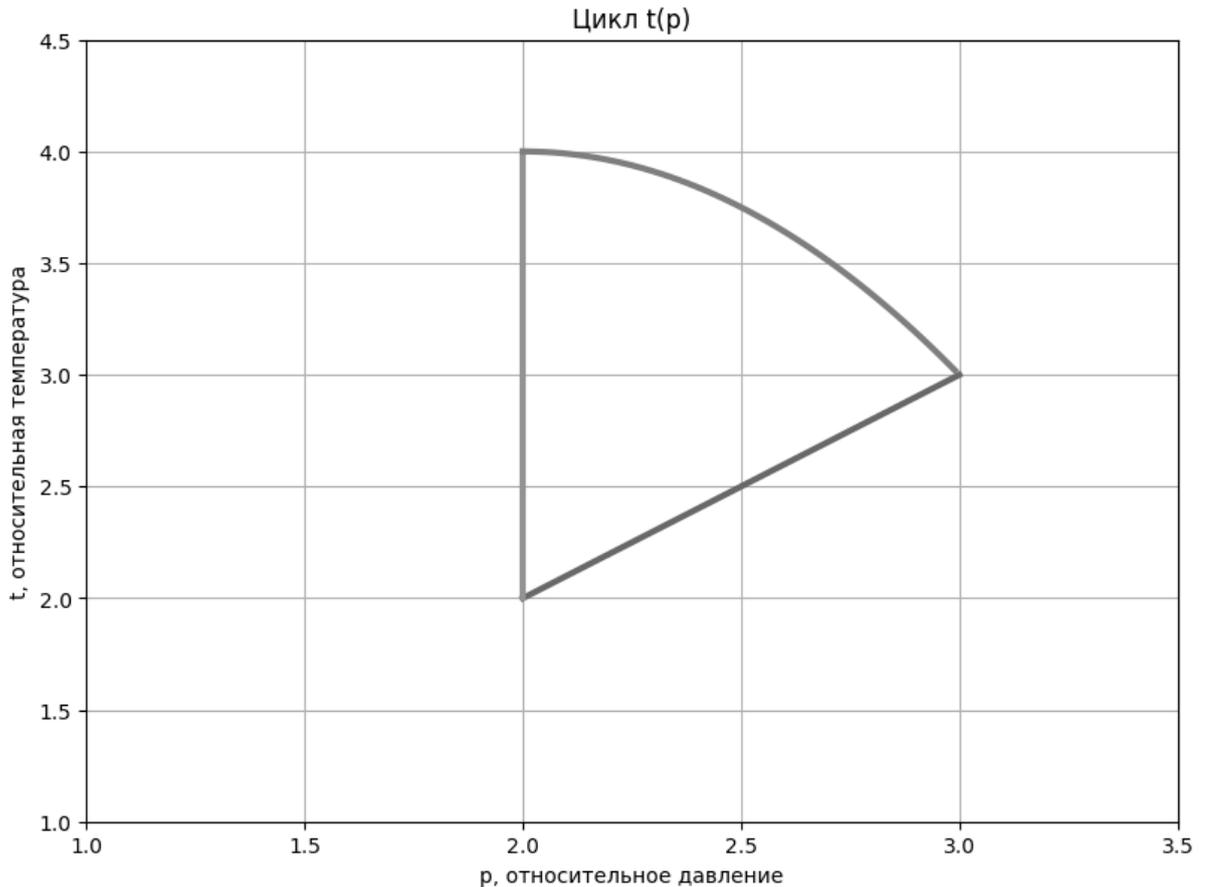
График зависимости мощности источника питания



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

**Задача 4**

Один моль одноатомного идеального газа участвует в прямом циклическом процессе, изображённом на рисунке. График приведён в координатах  $t(p)$ , где  $t = T/T_0$  - относительная температура;  $p = P/P_0$  - относительное давление.



Цикл состоит из прямо пропорциональной зависимости температуры от давления, участка параболы, которая задаётся формулой  $t = -p^2 + 4p$ , и изобары. Перестройте график в  $p(V)$  координатах, где  $V$ -объём газа. Найдите работу газа  $A$  в этом процессе, если  $T_0 = 250\text{K}$ . Газовая постоянная  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$

**Решение задачи №4:**

Цикл состоит из трех процессов:

- $p = 2$  – изобарный процесс
- $p \sim T$  (то есть  $V = \text{const}$ ) – изохорный процесс
- Для параболического процесса преобразуем выражения, используя уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{T}{T_0} = -\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 + 4\frac{p}{p_0}; T = \frac{pV}{R} \Rightarrow \frac{V}{RT_0} = -\frac{p}{p_0^2} + 4\frac{1}{p_0} \text{ — линейная зависимость}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**

---

**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

Тогда график цикла в координатах  $p(V)$  имеет вид прямоугольного треугольника. Работа в цикле равна площади этого треугольника:

$$A = \frac{1}{2} (3p_0 - 2p_0) \left( \frac{2RT_0}{p_0} - \frac{RT_0}{p_0} \right) = \frac{RT_0}{2} = 1038.75 \text{ Дж}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

### Задача 5

Задача об остывании воды, несмотря на свою простоту, является одной из самых важных при рассмотрении любых инженерных систем, в которых имеется нагретая жидкость, или возможен перенос тепла (путём прямого нагрева, или излучения, например). Однако процесс переноса тепла в окружающее пространство редко рассматривается в классическом школьном курсе физики, при решении задач которого теплопотерями часто пренебрегают, а системы рассматривают в варианте с отсутствующим теплообменом через стенку (или поверхность) объекта. Интересующийся школьник в этот момент может вспомнить эмпирический закон Ньютона-Рихмана, описывающий тепловой поток между разными температурами через температурный напор. Природа переноса тепла от некоторого теплоносителя в сосуде в общем случае должна включать в себя рассмотрение всех процессов одновременно: конвекции, излучения, теплопроводности, а также испарения (в случае высокой температуры). Однако если разница температуры между теплоносителем и окружающей средой не очень велика, скорость изменения температуры объекта можно считать пропорциональной разнице этих температур. В общем виде это описывается так называемым дифференциальным уравнением, имеющим вид:

$$\frac{dT}{dt} = -r(T - T_s)$$

Где  $T$  - температура теплоносителя,  $T_s$  - температура окружающей среды,  $r$  - некоторый «коэффициент остывания», зависящий от механизма теплопередачи, площади поверхности, и иных свойств нашего объекта. Этот закон носит название закон теплопроводности Ньютона. Однако компьютер, как и мы, плохо умеет аналитически считать такие уравнения. Одним из способов его решить (то есть найти зависимость  $y(x)$ ) является так называемый метод Эйлера. Для понимания принципа работы этого метода можно рассмотреть функцию в упрощённом виде:

$$\frac{dy}{dt} = f(x, y), y(t_0) = y_0$$

Смысл методики заключается в делении функции  $y(x)$  на малые отрезки, на каждом из которых мы считаем её линейной. В этом случае, для расчёта значения функции можно воспользоваться линейным приближением:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta x \cdot f(x_n, y_n)$$

$\Delta x$  - расстояние между соседними точками (шаг деления)

Пользуясь этой информацией, выполните следующие задания:

- 1) Напишите формулы, описывающие алгоритм Эйлера для решения уравнения теплопроводности. Считая начальную температуру воздуха 22 °С, а теплоносителя 83 °С, выполните численный расчёт с помощью алгоритма Эйлера не менее чем для 7 точек. Коэффициент  $r$  считать равным 0,0517.
- 2) Напишите алгоритм решения уравнения методом Эйлера в формате псевдокода, для реализации в виде программы.
- 3) На основании экспериментальных данных о остывании теплоносителя в сосуде (при начальной температуре воздуха 22 °С) постройте на одном графике зависимости  $T(t)$  для

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

реальных данных и результаты собственного расчёта. Сделайте вывод о результатах вычисления.

Таблица 1. Зависимость температуры теплоносителя от времени

Время, мин	T, °C	Время, мин	T, °C
0	83.0	8.0	64.7
1.0	77.7	9.0	63.4
2.0	75.1	10.0	62.1
3.0	73.0	11.0	61.0
4.0	71.1	12.0	59.9
5.0	69.4	13.0	58.7
6.0	67.8	14.0	57.8
7.0	66.4	15.0	56.6

Пример программы для расчёта суммы двух чисел в виде псевдокода приведён ниже:

```
1  алг СУММА
2  нач
3  А=0;
4  Б=0;
5  В=0;
6  ввод(А);
7  ввод(Б);
8  В = А + Б;
9  вывод('Значение В равно', В);
10 кон алг СУММА
```

**Решение задачи №5:**

**Формула метода Эйлера**

$$T_{\{n+1\}} = T_n - r (T_n - T_s) * \Delta t$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**Результаты расчёта**

Время (мин) | Температура (расчёт, °C)

0	83.000
1	79.850
2	76.857
3	74.017
4	71.322
5	68.766
6	66.343

**Псевдокод**

алг ЭЙЛЕР\_ОХЛАЖДЕНИЕ

нач

$r = 0.0517;$

$T_s = 22.0;$

$T = 83.0;$

$dt = 1.0;$

шагов = 7;

$i = 0;$

пока  $i < \text{шагов}$

    вывод("Время:",  $i$ , " Температура:",  $T$ );

$T = T - r * (T - T_s) * dt;$

$i = i + 1;$

все

кон алг ЭЙЛЕР\_ОХЛАЖДЕНИЕ

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

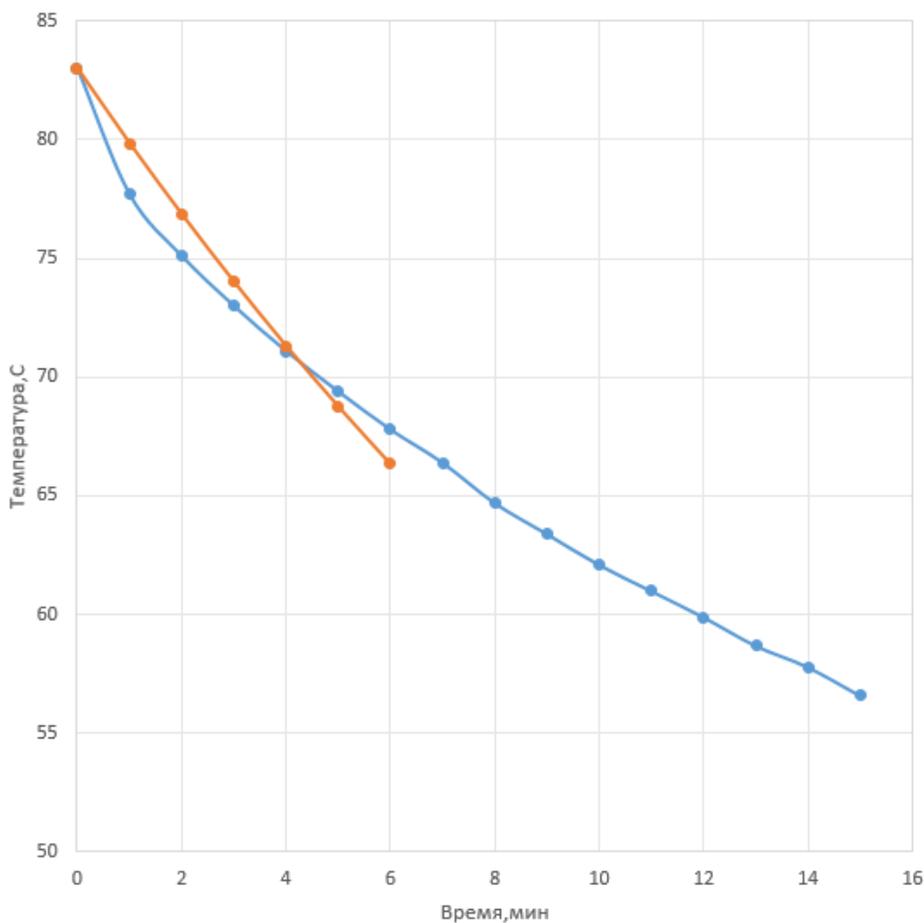
**Сравнение с экспериментом**

Время (мин) | Эксперимент (°C) | Расчёт (°C)

-----|-----|-----

0	83.0	83.0
1	77.7	79.85
2	75.1	76.86
3	73.0	74.02
4	71.1	71.32
5	69.4	68.77
6	67.8	66.34

**Зависимость температуры от времени**



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**10 класс**  
**Вариант 2**

**Задача 1**

Дан “серый ящик”, показанный на рисунке 1. Диод — это электронный компонент, который позволяет току течь только в одном направлении. Когда диод подключён правильно, то есть анод (положительный вывод, на схеме находится со стороны основания треугольника) подключён к более высокому потенциалу, а катод (отрицательный вывод, на схеме находится со стороны вершины треугольника касающегося палки) — к более низкому, и разность потенциалов достигает “напряжения открытия”, ток проходит через диод. Иначе ток не будет проходить, и диод будет блокировать его. Вольт-амперная характеристика (зависимость силы тока от напряжения на элементе) идеального диода в “ящике” представлена на рисунке 2. К схеме подключают идеальные амперметр, вольтметр и источник постоянного напряжения, чтобы снять ВАХ “серого ящика” пуская ток сначала в одном направлении, а потом в обратном. Сначала “+” источника расположен на левом выводе схемы. Полученные зависимости представлены на рисунках ниже. Используя информацию с графиков, ответьте на следующие вопросы:

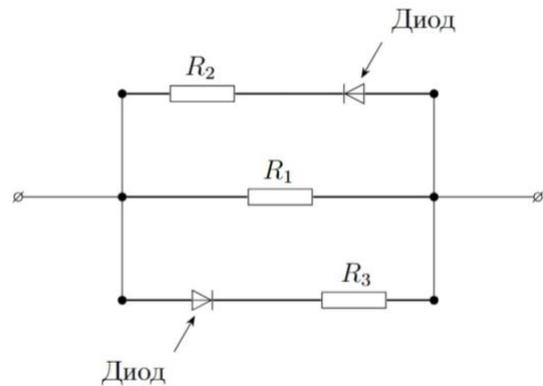


Рис.1 - серый ящик

- 1) Чему равно напряжение открытия диода?
- 2) Чему равно  $R_1$ ?
- 3) Чему равно  $R_2$ ?
- 4) Чему равно  $R_3$ ?
- 5) Нарисуйте блок-схему программы, которая по количеству параллельно соединённых резисторов и их величинам находит эквивалентное напряжение.

Входные данные:

$N$  - количество резисторов;

$R_i$  - сопротивление резисторов в Омах,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;

Выходные данные:

$R$  - эквивалентное сопротивление

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

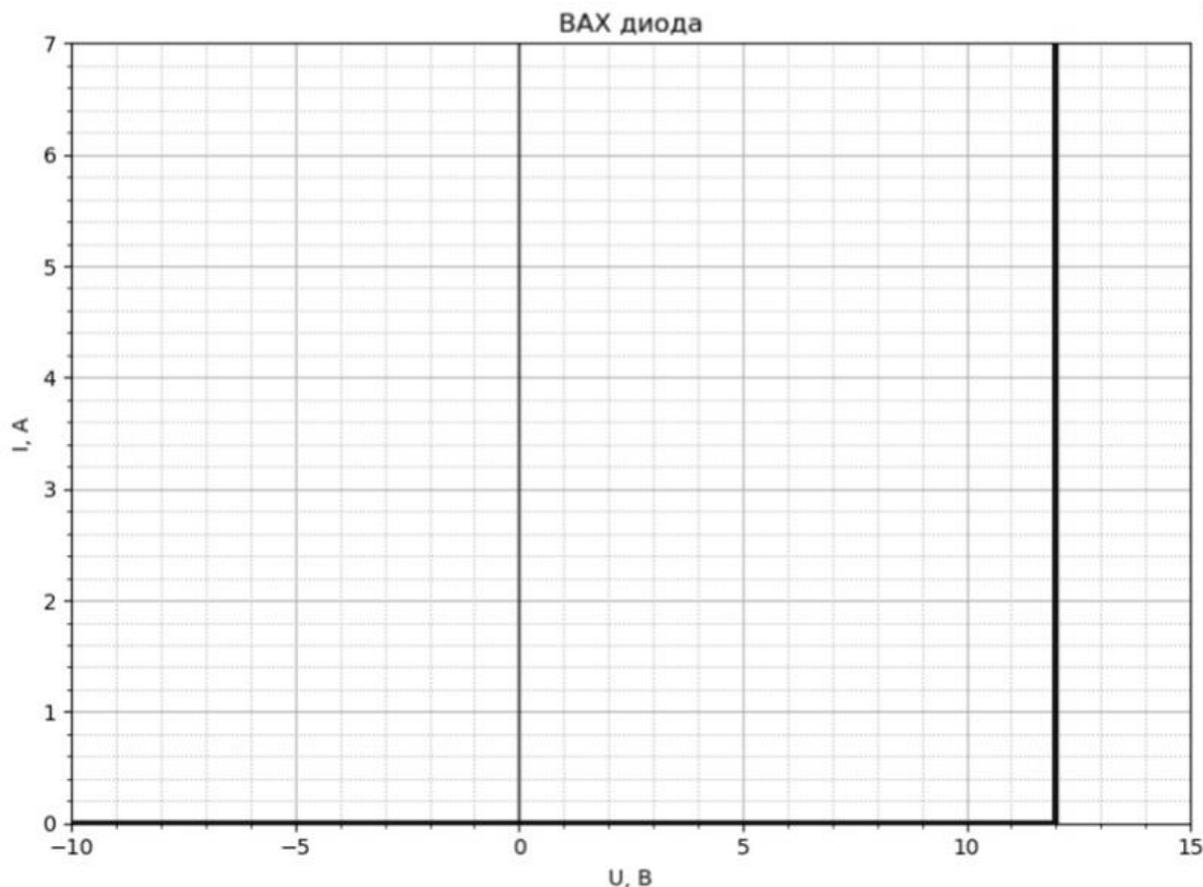


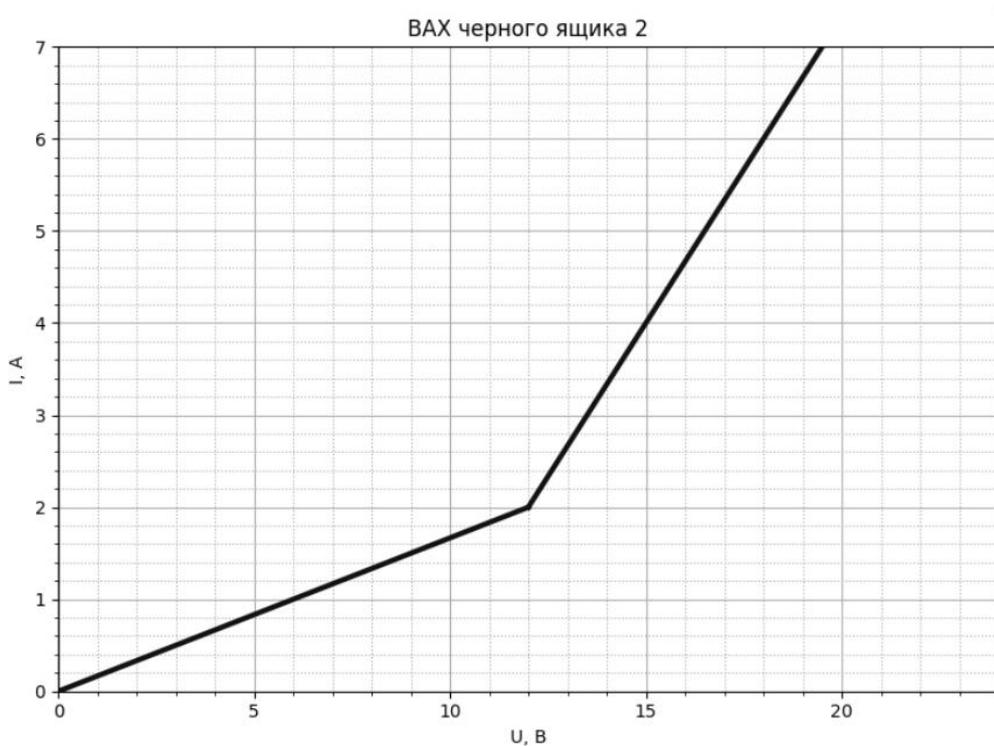
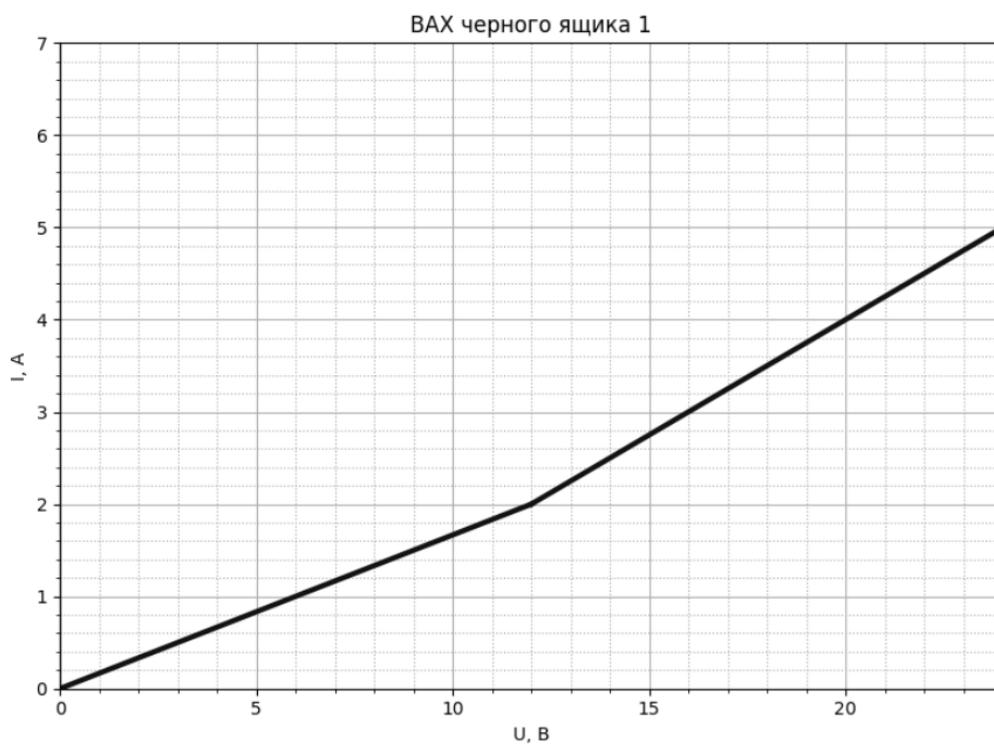
Рисунок 2 - ВАХ идеального диода

**Решение задачи №1:**

1. Из ВАХ диода видим, что при 12 В через него начинает идти ток – это и есть момент открытия диода.
2. В случае, когда внешнее напряжение меньше 12 В, все диоды в схеме закрыты, поэтому ток идет только через резистор  $R_1$ . Такая ситуация соответствует первому линейному участку на обеих ВАХ ящиков. Возьмем на них точку, например, 6В и 1А. Тогда из закона Ома  $R_1 = 6\text{В} / 1\text{А} = 6$  Ом
3. После 12 В в каждом из случаев открывается только один диод. При подключении + и – (первый случай) открывается диод на ветви с  $R_3$ , а во втором случае – на ветви с  $R_2$ .  
Рассмотрим вторую ВАХ. На втором участке выберем точку, например, 15В и 4А. На  $R_1$  напряжение 15В, следовательно, ток  $I_1 = 15\text{В} / 6\text{Ом} = 5/2$  А. Тогда через  $R_2$  протекает ток  $I_2 = 4\text{А} - 5/2 \text{А} = 3/2$  А. Напряжение на  $R_2 = 15 \text{В} - 12 \text{В} = 3 \text{В}$  (т.к. на диоде постоянное напряжение 12 В). Тогда  $R_2 = 3\text{В} / (3/2 \text{А}) = 2$  Ом
4. Рассмотрим первую ВАХ. На втором участке выберем точку, например, 16В и 3А. На  $R_1$  напряжение 16В, следовательно, ток  $I_1 = 16\text{В} / 6\text{Ом} = 8/3$  А. Тогда через  $R_3$  протекает ток  $I_3 = 3\text{А} - 8/3 \text{А} = 1/3$  А. Напряжение на  $R_3 = 16 \text{В} - 12 \text{В} = 4 \text{В}$  (т.к. на диоде постоянное напряжение 12 В). Тогда  $R_3 = 4\text{В} / (1/3 \text{А}) = 12$  Ом

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

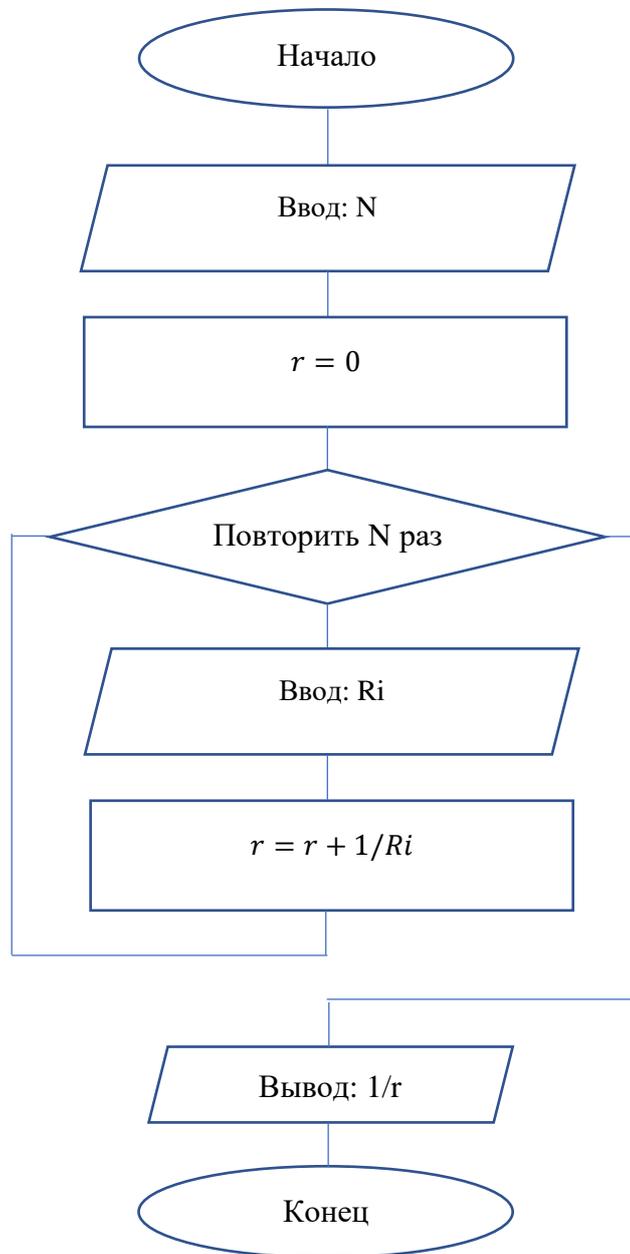
---



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

---

5. Требуемая блок-схема может выглядеть так:



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**Задача 2**

Тепловые аккумуляторы – устройства, способные накапливать в себе тепловую энергию и отдавать её при необходимости использования для нужд отопления или горячего водоснабжения. Эти устройства отличаются большой теплоёмкостью, что достигается за счёт использования фазового перехода веществ: при накоплении тепла внутри них происходит плавление рабочего вещества (например, парафин), а при отдаче тепла – его кристаллизация. Использование фазового перехода позволяет получать компактные устройства, способные накапливать значительное количество тепловой энергии, а постоянство температуры при фазовом переходе позволяет получать термически стабильный источник тепла (то есть, отдающий тепло при постоянной температуре).

На метеостанции в отдалённом высокогорном регионе требуется установить тепловой аккумулятор для поддержания комфортной температуры в  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  внутри помещения – небольшого домика с плоской крышей, размерами  $6 \times 8 \times 2,5$  метра (длина-ширина-высота). Определите минимальную массу рабочего вещества теплового аккумулятора (парафин), достаточной для поддержания указанной температуры внутри здания в течение суток. Ответ дайте в килограммах, округлив до целого числа. Принять удельную теплоту парафина равной  $0,15$  МДж/кг. Суточное колебание температуры снаружи приведено на рисунке 1. Считать, что потери тепла за одну секунду в окружающую среду от здания пропорциональны разности температур между улицей и внутренним помещением, площади всех стен и крыши, а также коэффициенту теплопередачи, равному  $1,3$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$ ). Восполнение затраченной аккумулятором тепловой энергии идёт в период между 8 и 17 часами за счёт солнечных тепловых коллекторов. Считать, что во время их работы их тепловой мощности достаточно и для восполнения энергии в аккумуляторе, и для поддержания температуры в помещении. Работа аккумулятора после полной кристаллизации вещества не рекомендуется из-за резкого снижения его эффективности.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ

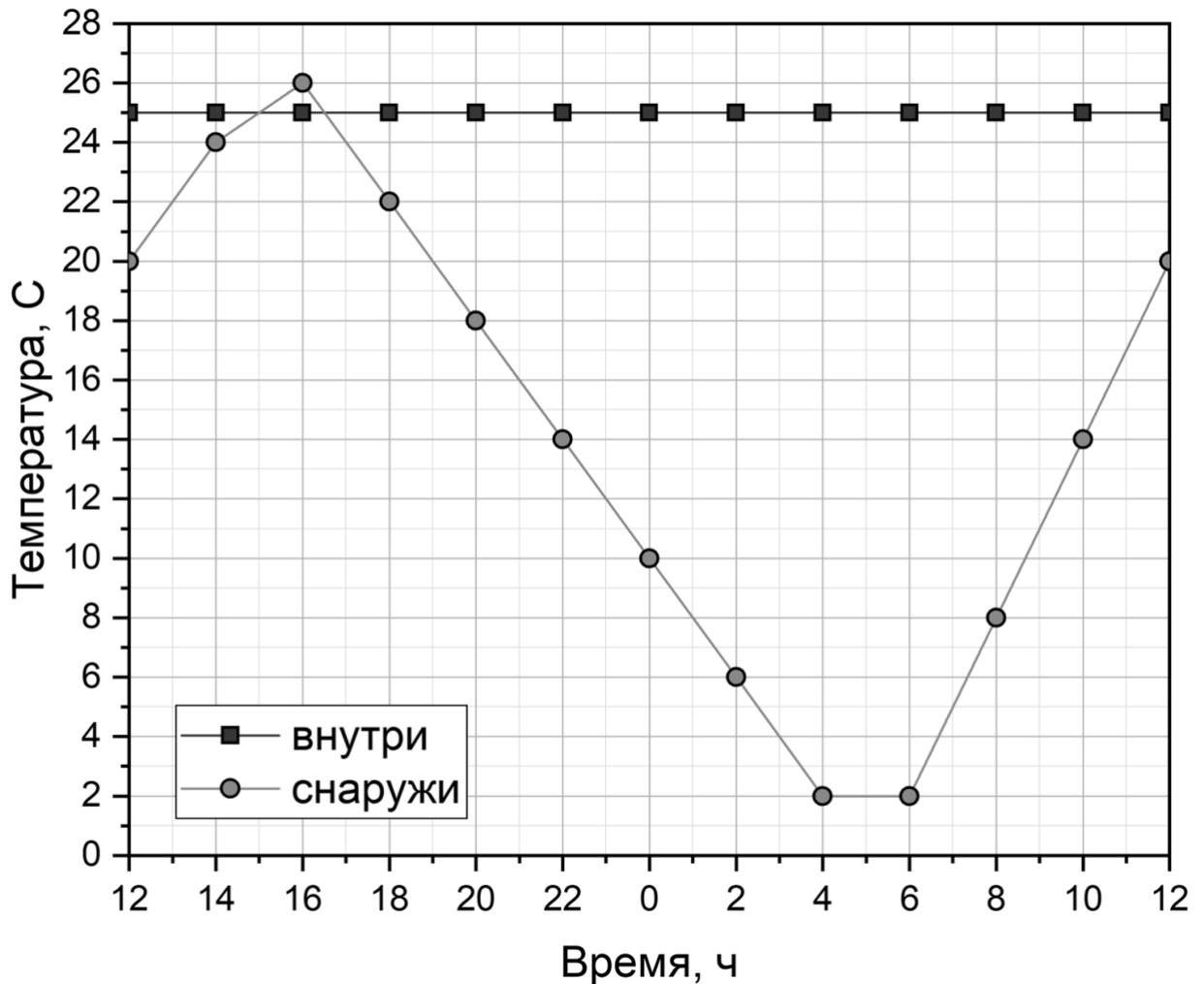


Рисунок 1 – Суточное колебание температуры окружающей среды

**Решение задачи №2:**

Запасенная тепловая энергия во время работы аккумулятора в режиме нагрева помещения полностью расходуется на компенсацию тепловых потерь. Исходя из описания расчета тепловых потерь, можно построить формулу, позволяющую понять сколько Джоулей тепла ушло из помещения в окружающую среду (1):

$$Q_{\text{пот}} = kS\overline{\Delta t}\tau \quad (1)$$

где  $k$  - заданный коэффициент теплоотдачи,  $S$  – площадь боковых стен и крыши помещения,  $\Delta t$  – средняя разность температур между помещением и окружающей средой,  $\tau$  - время, в течение которого рассчитывается потеря тепла и за которое определен средний перепад температур.

Из графика видно, что изменение температуры окружающей среды линейно. Можно выделить три временных интервала, для которых следует рассчитать суммарную

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

потерянную в окружающую среду энергию: с 17:00 до 04:00, с 04:00 до 06:00 и с 06:00 до 08:00. Эти количества теплоты  $Q_{\text{пот}1,2,3}$  считаются по приведенной выше формуле, причем средний температурный перепад также легко определяется. На участках, где изменение температуры окружающей среды линейно (2):

$$\overline{\Delta t}_{1,3} = t_{\text{помещ}} - \frac{t_{\text{возд макс } i} + t_{\text{возд мин } i}}{2} \quad (2)$$

а где температура окружающей среды постоянна (3):

$$\overline{\Delta t}_2 = t_{\text{помещ}} - t_{\text{возд } 2} \quad (3)$$

Суммарная потерянная энергия равна теплу, полученному от аккумулятора в результате фазового перехода (кристаллизации). Составляя уравнение теплового баланса, имеем (4):

$$Q_{\text{пот } 1} + Q_{\text{пот } 2} + Q_{\text{пот } 2} = \lambda m \quad (4)$$

где  $m$  – масса вещества аккумулятора, которую требуется найти по условию задачи. Далее решение сводится к подстановке  $Q_{\text{пот}1,2,3}$  в уравнение теплового баланса и определению массы вещества аккумулятора (5):

$$\begin{aligned} m &= \frac{k \cdot S \cdot (\Delta t_1 \cdot \tau_1 + \Delta t_2 \cdot \tau_2 + \Delta t_3 \cdot \tau_3)}{\lambda} \\ &= \frac{k \cdot (2ac + 2bc + ab) \cdot (\Delta t_1 \cdot \tau_1 + \Delta t_2 \cdot \tau_2 + \Delta t_3 \cdot \tau_3)}{\lambda} \\ &= \frac{1,3 \cdot (2 \cdot 6 \cdot 2,5 + 2 \cdot 8 \cdot 2,5 + 6 \cdot 8) \cdot (12 \cdot 11 + 11,5 \cdot 2 + 20 \cdot 2) \cdot 3600}{0,15 \cdot 10^6} \\ &= 718 \text{ кг} \end{aligned} \quad (5)$$

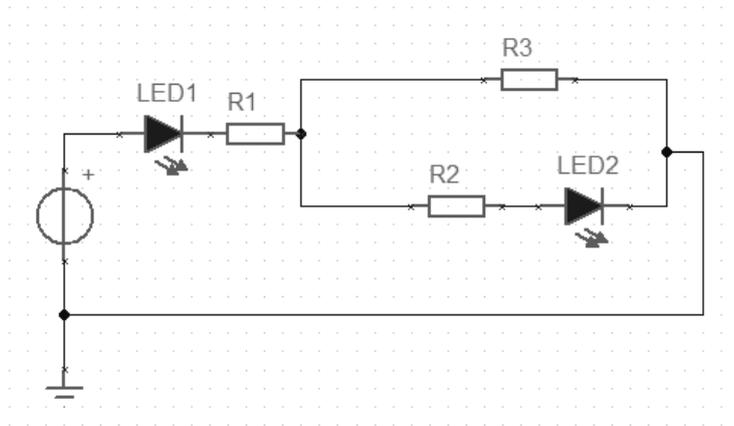
**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

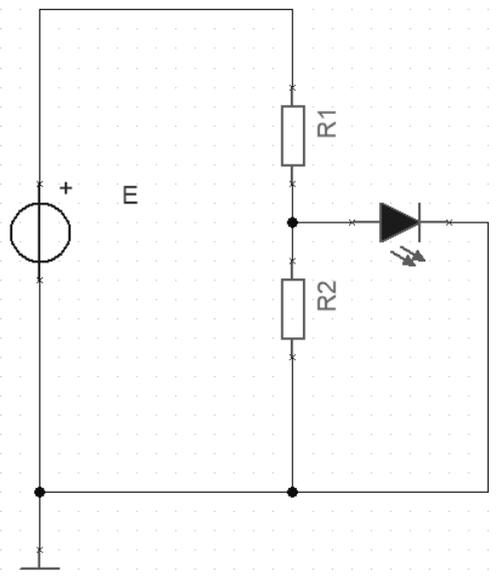
**Задача 3**

Вам предоставлена для исследования некоторая электрическая схема, показанная на рисунке. Изучив схему, дайте ответы на следующие вопросы:

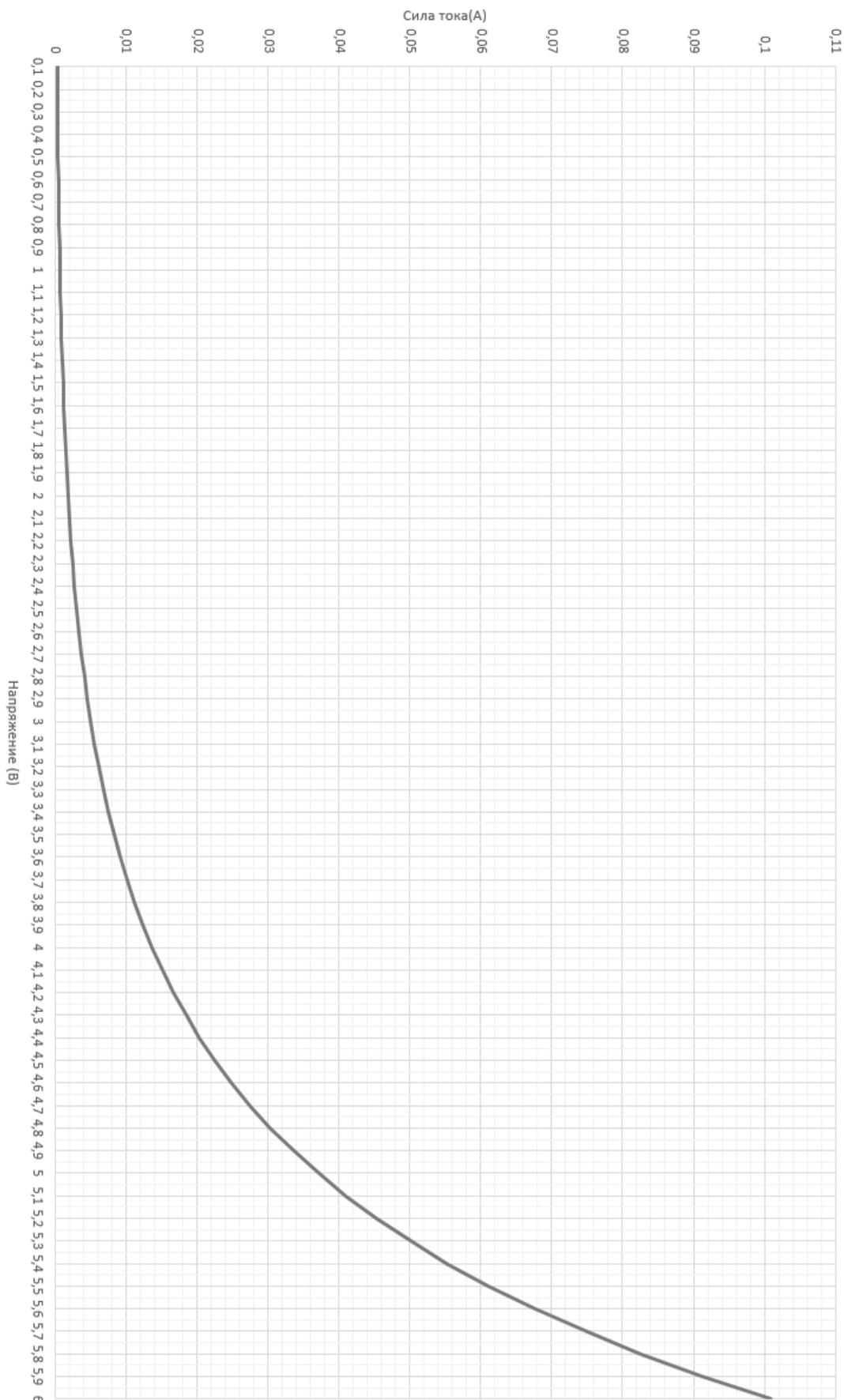
- 1) Чему равна выдаваемая на выходе мощность источника питания?
- 2) Чем источник напряжения отличается от источника тока?
- 3) Рассчитайте номинал сопротивления и рассеиваемую мощность резистора  $R_1$  и  $R_2$  на представленной схеме, если известно, что для корректной работы первого светодиода необходима сила тока равная 40мА и падение напряжения составляет 2В, а для второго светодиода сила тока - 20мА и падение напряжения – 2В. Резистор  $R_3 = 100\text{Ом}$ , источник напряжения 6В.



- 4) Рассчитайте номинал сопротивления и рассеиваемую мощность резистора  $R_1$ , а так же рассеиваемую мощность резистора  $R_2$  на представленной схеме, на основании графика зависимости интенсивности излучения светодиода и его вольт-амперной характеристики при мощности работы светодиода на 132%. Источник напряжения 4В, сопротивление  $R_2 = 1\text{ кОм}$ .



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



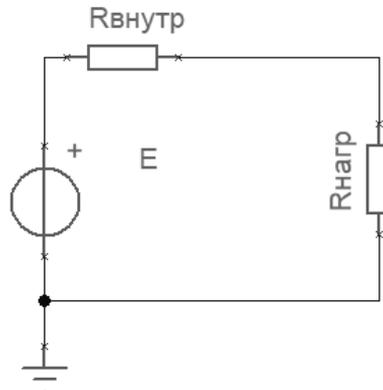
МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

5) Определите и обоснуйте, при каком сопротивлении  $R_{\text{нагр}}$  реальный источник напряжения будет выдавать максимальную мощность, если известно  $E = 5 \text{ В}$ ,  $R_{\text{внутр}} = 1 \text{ КОм}$ .



**Решение:**

1) Мощность источника питания равна падение напряжения, выдаваемое на выходе умноженное на силу тока вытекающего из него.

2) Источник напряжения на выходе должен поддерживать постоянное падение напряжения, не зависимо от выдаваемого тока регулируемый нагрузкой, а источник тока – наоборот.

3) Так как нам известна сила тока на первом и втором светодиоде, по первому закону Кирхгофа мы сможем найти силу тока протекающего через резистор  $R_3$ :  $I_3 = I_1 - I_2 = 20 \text{ мА}$ . Тогда падение напряжения на нем будет  $U_3 = I_3 * R_3 = 2 \text{ В}$ . Т.к.  $R_3$  паралелен  $R_2$  и светодиоду 2, то падение напряжения на данном участке будет равно  $U_3$ . На основании находим  $R_2$ :

$$U_3 = U_{\text{свет2}} + U_{R_2}$$

$$I_{\text{свет2}} = I_{R_2}$$

Тогда:

$$R_2 = \frac{U_{R_2}}{I_{R_2}} = \frac{U_3 - U_{\text{свет2}}}{I_{\text{свет2}}} = 00 \text{ м}$$

Падение напряжение на  $R_1$  и светодиоде 1 равно:

$$U_{R_2+\text{свет}} = U_{\text{общее}} - U_{R_3} = 4 \text{ В.}$$

Тогда по такому же принципу получаем

$$R_1 = \frac{U_{R_1}}{I_{R_2}} = \frac{U_{R_2+\text{свет}} - U_{\text{свет1}}}{I_{\text{свет1}}} = 500 \text{ м}$$

Выделяема мощность на резисторах равна:

$$P_{R_2} = I_{R_2} * U_{R_2} = I_{\text{свет2}} * (U_3 - U_{\text{свет2}}) = 0 \text{ Вт}$$

$$P_{R_3} = I_{R_3} * U_{R_3} = I_{\text{свет1}} * (U_{R_2+\text{свет}} - U_{\text{свет1}}) = 80 \text{ мВт}$$

4) Исследуя график зависимости интенсивности излучения светодиода, определяем рабочее напряжение светодиода  $U_{\text{свет}} = 3.7 \text{ В}$ . Исследуя график зависимости ВАХ, определяем рабочий ток  $I_{\text{свет}} = 0.01 \text{ А}$ .

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

Тогда произведем эквивалентную замену светодиода на резистор:

$$R_{\text{свет}} = \frac{U_{\text{свет}}}{I_{\text{свет}}} = 3700\text{Ом.}$$

Объединим резистор  $R_2$  и  $R_{\text{свет}}$  :

$$R_{\text{общ2}} = \frac{R_2 * R_{\text{свет}}}{R_{\text{свет}} + R_2} = 270,072992700729927007299270072990\text{Ом}$$

Т.к. получившаяся схема является делителем напряжения, и нам известно падение напряжения на светодиоде, мы сможем найти сопротивление  $R_2$ :

$$U_{\text{общ2}} = \frac{U_{\text{общ}} * R_{\text{общ2}}}{R_1 + R_{\text{общ2}}}$$

$$R_1 = \frac{U_{\text{общ}} * R_{\text{общ2}} - R_{\text{общ2}} U_{\text{свет}}}{U_{\text{общ2}}}$$

$$R_1 = \frac{U_{\text{общ}} * R_{\text{общ2}} - R_{\text{общ2}} U_{\text{свет}}}{U_{\text{свет}}} = 20,2554744525547445255474452554740\text{Ом}$$

Мощность выделяема на резисторах равна:

$$P_{R_1} = I_{R_1} * U_{R_1} = \frac{(U_{\text{общ}} - U_{\text{свет}})^2}{R_1} = 0,00444324324324324324324324324324\text{Вт}$$

$$P_{R_2} = I_{R_2} * U_{R_2} = \frac{(U_{\text{свет}})^2}{R_2} = 0,01369\text{Вт}$$

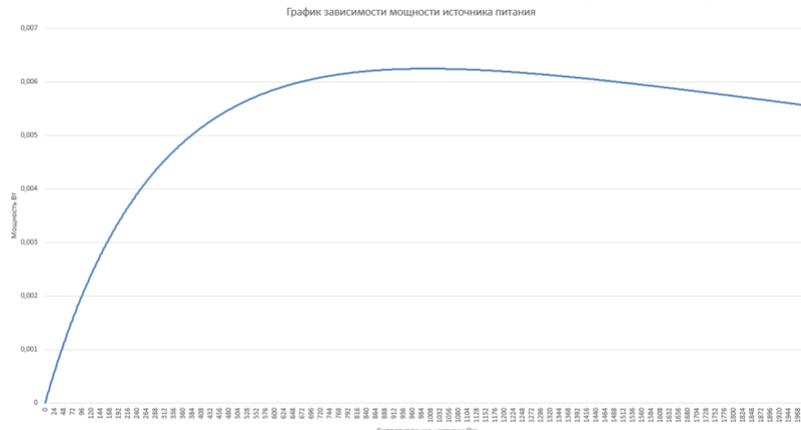
5) Если данную схему представить как делитель напряжения, где  $R_2$  имеет свойство менять свое значение, то по формуле:

$$U_{\text{Вых}} = \frac{U_{\text{общ}} * R_2}{R_1 + R_2}$$

Видно, что напряжение нарастает гораздо интенсивнее до момента выравнивания сопротивлений  $R_2$  и  $R_1$ , а при  $R_2 > R_1$  скорость увеличения значения напряжения резко снижается. Но так как сила тока изменяется линейно, можно сделать вывод что пик максимальной нагрузки будет приходиться на  $R_2 = R_1 = R_{\text{внутр}} = 1\text{КОм}$ .

Для подтверждения построим график зависимости мощности от сопротивления нагрузки:

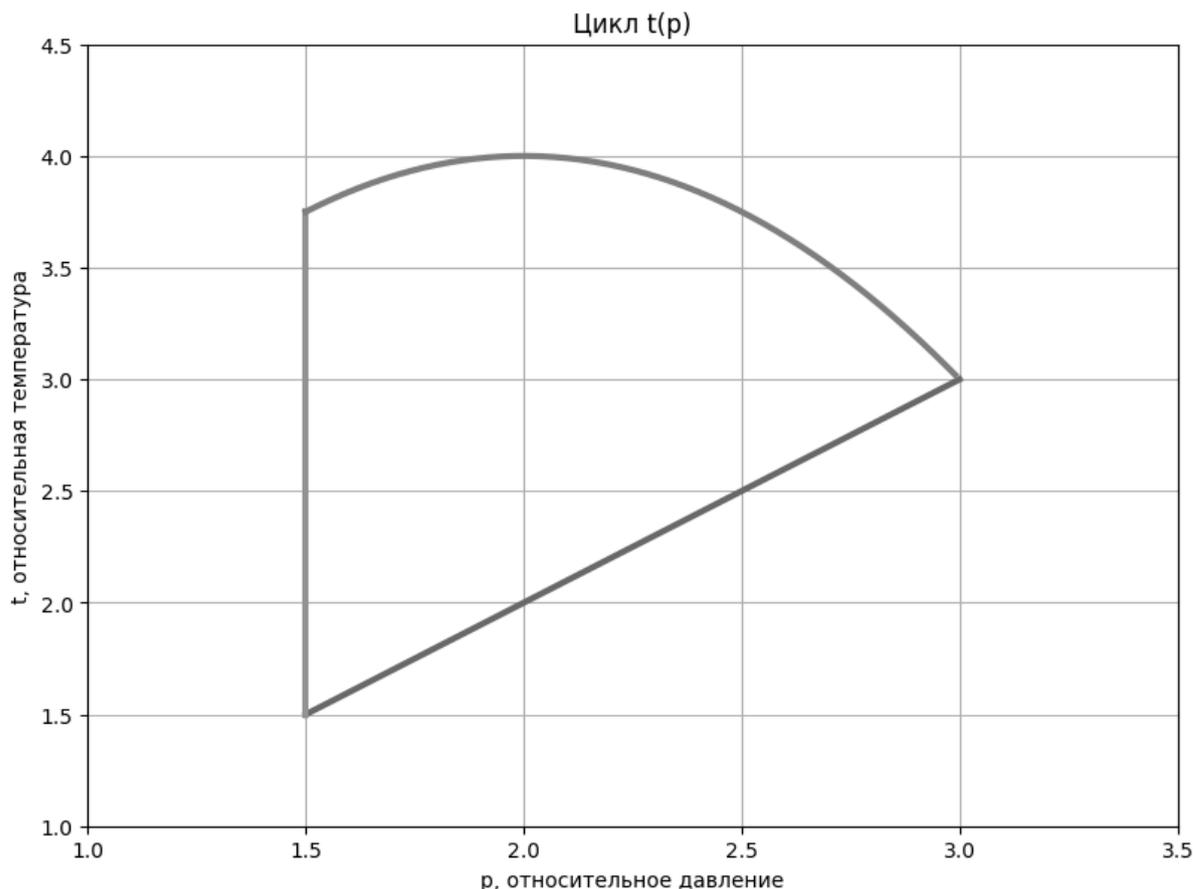
$$P_{\text{нагр}} = I_{\text{нагр}} * U_{\text{нагр}} = \frac{U_{\text{общ}}}{R_{\text{нагр}} + R_{\text{внутр}}} * \frac{U_{\text{общ}}}{R_{\text{нагр}} + R_{\text{внутр}}} * R_{\text{нагр}}$$



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

**Задача 4**

Один моль одноатомного идеального газа участвует в прямом циклическом процессе, изображённом на рисунке. График приведён в координатах  $t(p)$ , где  $t = T/T_0$  - относительная температура;  $p = P/P_0$  - относительное давление.



Цикл состоит из прямо пропорциональной зависимости температуры от давления, участка параболы, которая задаётся формулой  $t = -p^2 + 4p$ , и изобары. Перестройте график в  $p(V)$  координатах, где  $V$ -объём газа. Найдите работу газа  $A$  в этом процессе, если  $T_0 = 250\text{K}$ . Газовая постоянная  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$

**Решение задачи №4:**

Цикл состоит из трех процессов:

- $p = 1.5$  – изобарный процесс
- $p \sim T$  (то есть  $V = \text{const}$ ) – изохорный процесс
- Для параболического процесса преобразуем выражения, используя уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{T}{T_0} = -\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 + 4\frac{p}{p_0}; T = \frac{pV}{R} \Rightarrow \frac{V}{RT_0} = -\frac{p}{p_0^2} + 4\frac{1}{p_0} \text{ — линейная зависимость}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**

---

**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

Тогда график цикла в координатах  $p(V)$  имеет вид прямоугольного треугольника. Работа в цикле равна площади этого треугольника:

$$A = \frac{1}{2} \left( 3p_0 - \frac{3}{2}p_0 \right) \left( \frac{5RT_0}{2p_0} - \frac{RT_0}{p_0} \right) = \frac{9RT_0}{8} = 2337 \text{ Дж}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

### Задача 5

Задача об остывании воды, несмотря на свою простоту, является одной из самых важных при рассмотрении любых инженерных систем, в которых имеется нагретая жидкость, или возможен перенос тепла (путём прямого нагрева, или излучения, например). Однако процесс переноса тепла в окружающее пространство редко рассматривается в классическом школьном курсе физики, при решении задач которого теплопотерями часто пренебрегают, а системы рассматривают в варианте с отсутствующим теплообменом через стенку (или поверхность) объекта. Интересующийся школьник в этот момент может вспомнить эмпирический закон Ньютона-Рихмана, описывающий тепловой поток между разными температурами через температурный напор. Природа переноса тепла от некоторого теплоносителя в сосуде в общем случае должна включать в себя рассмотрение всех процессов одновременно: конвекции, излучения, теплопроводности, а также испарения (в случае высокой температуры). Однако если разница температуры между теплоносителем и окружающей средой не очень велика, скорость изменения температуры объекта можно считать пропорциональной разнице этих температур. В общем виде это описывается так называемым дифференциальным уравнением, имеющим вид:

$$\frac{dT}{dt} = -r(T - T_s)$$

Где  $T$  - температура теплоносителя,  $T_s$  - температура окружающей среды,  $r$  - некоторый «коэффициент остывания», зависящий от механизма теплопередачи, площади поверхности, и иных свойств нашего объекта. Этот закон носит название закон теплопроводности Ньютона. Однако компьютер, как и мы, плохо умеет аналитически считать такие уравнения. Одним из способов его решить (то есть найти зависимость  $y(x)$ ) является так называемый метод Эйлера. Для понимания принципа работы этого метода можно рассмотреть функцию в упрощённом виде:

$$\frac{dy}{dt} = f(x, y), y(t_0) = y_0$$

Смысл методики заключается в делении функции  $y(x)$  на малые отрезки, на каждом из которых мы считаем её линейной. В этом случае, для расчёта значения функции можно воспользоваться линейным приближением:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta x \cdot f(x_n, y_n)$$

$\Delta x$  - расстояние между соседними точками (шаг деления)

Пользуясь этой информацией, выполните следующие задания:

- 1) Напишите формулы, описывающие алгоритм Эйлера для решения уравнения теплопроводности. Считая начальную температуру воздуха  $23^\circ\text{C}$ , а теплоносителя  $82^\circ\text{C}$ , выполните численный расчёт с помощью алгоритма Эйлера не менее чем для 7 точек. Коэффициент  $r$  считать равным  $0,0503$ .
- 2) Напишите алгоритм решения уравнения методом Эйлера в формате псевдокода, для реализации в виде программы.
- 3) На основании экспериментальных данных о остывании теплоносителя в сосуде (при начальной температуре воздуха  $22^\circ\text{C}$ ) постройте на одном графике зависимости  $T(t)$  для

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

реальных данных и результаты собственного расчёта. Сделайте вывод о результатах вычисления.

Таблица 1. Зависимость температуры теплоносителя от времени

Время, мин	T, °C	Время, мин	T, °C
0	82.0	8.0	64.7
1.0	76.7	9.0	63.4
2.0	74.1	10.0	61.9
3.0	72.0	11.0	61.0
4.0	71.1	12.0	59.9
5.0	69.4	13.0	58.7
6.0	67.8	14.0	57.8
7.0	66.4	15.0	56.6

Пример программы для расчёта суммы двух чисел в виде псевдокода приведён ниже:

```
1  алг СУММА
2  нач
3  А=0;
4  Б=0;
5  В=0;
6  ввод(А);
7  ввод(Б);
8  В = А + Б;
9  вывод('Значение В равно', В);
10 кон алг СУММА
```

**Решение задачи №5:**

**Формула метода Эйлера**

$$T_{\{n+1\}} = T_n - r (T_n - T_s) * \Delta t$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**Результаты расчёта**

Время (мин) | Температура (расчёт, °C)

0	82.000
1	79.034
2	76.217
3	73.542
4	71.001
5	68.589
6	66.299

**Псевдокод**

алг ЭЙЛЕР\_ОХЛАЖДЕНИЕ

нач

$r = 0.0503;$

$T_s = 23.0;$

$T = 82.0;$

$dt = 1.0;$

шагов = 7;

$i = 0;$

пока  $i <$  шагов

    вывод("Время:",  $i$ , " Температура:",  $T$ );

$T = T - r * (T - T_s) * dt;$

$i = i + 1;$

все

кон алг ЭЙЛЕР\_ОХЛАЖДЕНИЕ

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ЗАДАЧИ**

---

**Сравнение с экспериментом**

Время (мин) | Эксперимент (°C) | Расчёт (°C)

0	82.0	82.0
1	76.7	79.03
2	74.1	76.22
3	72.0	73.54
4	71.1	71.00
5	69.4	68.59
6	67.8	66.30

**Зависимость температуры от времени**

