

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Вариант 1

Задача № 1

ЭДС источника тока $\xi = 2\text{В}$, внутреннее сопротивление источника $r = 10\text{м}$. Определите возможные величины силы тока I А в цепи, если внешняя цепь потребляет мощность $P = 0.75\text{Вт}$. Ответы выразите в амперах, округлив до десятых и запишите в порядке убывания.

Формат ввода

В строчку через пробел вводятся параметры: ξ r P

Формат вывода

С строчку через пробел выведите: I_1 I_2

Примечание

При использовании языка программирования Python вывод рекоменду

Решение

Ответ: 1,5 0,5

Закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\xi}{R + r}$$

Откуда выразим ЭДС:

$$\xi = IR + Ir$$

Умножив данное уравнение на силу тока, и учтя, что $P = I^2 R$, получим:

$$I^2 r - \xi I + P = 0$$

Данное уравнение является квадратным, относительно силы тока. Его решения:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

$$I = \frac{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4Pr}}{2r}$$

Подстановка данных приводит к ответу.

Задача № 2

Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На листе в клетку записывают числа по следующему правилу: в верхнюю левую клетку пишут единицу, каждое следующее число увеличивают на один и записывают его:

* в клетку левее и ниже, от предыдущей клетки - если она существует и пустая *
иначе в верхнюю левую свободную клетку

Иными словами числа вписывают по диагонали (направленной вниз и влево).

Вам дали номер строки M и номер столбца N - выведите число, которое записано в клетке на пересечении строки M и столбца N

Формат входных данных

В первой строке заданы два целых числа M и N $1 \leq M, N \leq 10^9$ - номера строки и столбца

Формат выходных данных

Выведите число, записанное в клетке M -той строки N -того столбца

Замечание

Запишем	в	виде	матрицы	первые	11	чисел:
1		2	4	7		11
3			5			8

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс**

6 9

10

В примере 1 запрашивают первое число второй строки - 3

В примере 2 запрашивают пятое число первой строки - 11

Пример

Ввод 2 1

Вывод 3

Ввод 1 5

Вывод 11

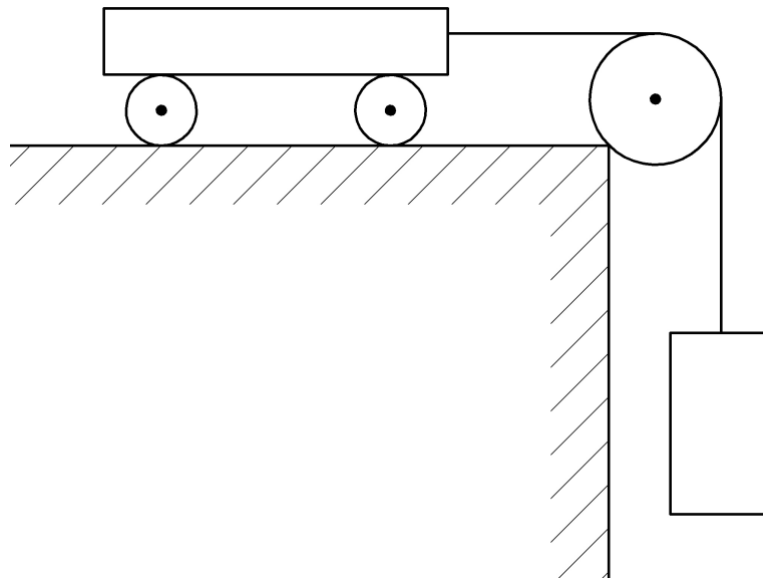
Пример решения

```
M, N = [int(x) for x in input().split()]
row = M + N - 1
answer = 1 + (row * (row - 1)) // 2 + (M - 1)
print(answer)
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Задача № 3

Четырехколесный двуосный робот, находящийся на ровной горизонтальной шероховатой поверхности, затягивает висящий над обрывом груз, связанный нерастяжимым буксировочным тросом, через неподвижный блок. На одном из колес установлен энкодер, значения которого записываются в 16-разрядную память через одинаковые промежутки времени.



В какой-то момент ввиду технической неисправности двигателя перестают давать тягу и груз утягивает робота обратно к обрыву с некоторым ускорением. Робота с грузом пытаются остановить, заблокировав сначала одну ось, а потом и другую. Фрагменты данных в памяти до блокировки колес и блокировки одной оси представлены в таблице.

До блокировки		Блокировка одной оси	
адрес регистра	данные регистра	адрес регистра	данные регистра
...	...	...	...
i	0x EE C2	j	0x 14 18
i+1	0x F7 82	j+1	0x 1E 2D
i+2	0x 00 C3	j+2	0x 28 8A
...	...	...	...

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

1. Какие силы и какого типа действуют на заблокированное колесо? Нарисуйте и укажите их на схеме для трех разных случаев.
2. Как изменится сила трения после того, как будут заблокированы обе оси?
3. Определите по показаниям энкодера в памяти, с каким ускорением робот катится к обрыву.
4. Определите, во сколько раз и как изменится ускорение после того, как будет тормозами заблокирована одна ось.
5. Во сколько раз изменится ускорение робота, если заблокировать обе оси? Получится ли мгновенно остановить робота?

Масса колес по сравнению с массой робота пренебрежимо мала, а трением качения можно пренебречь.

Решение

1. Какие силы и какого типа действуют на заблокированное колесо? Нарисуйте и укажите их на схеме для трех разных случаев.

На заблокированное колесо действует сила трения скольжения. В остальных случаях действует сила трения качения.

Для отчета на задачу должно быть три рисунка для трех разных случаев с указанием сил трения, приложенных к точке контакта колеса с поверхностью.

В первом случае, сила трения качения действует на обе оси. Ей можно пренебречь и не указывать на рисунке.

В втором случае к точке контакта колес одной оси с поверхностью должна быть указана сила трения, направленная в сторону от обрыва.

В третьем случае к точке контакта колес двух осей с поверхностью должна быть указана сила трения, направленная в сторону от обрыва.

2. Как изменится сила трения после того, как будут заблокированы обе оси?

Учитывая, что колеса на осях одинаковые, сила трения увеличится в два раза.

3. Определите с каким ускорением робот катится к обрыву по показаниям энкодера в памяти.

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

$$a_0 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{(D_{i+2} - D_{i+1}) - (D_{i+1} - D_i)}{\Delta t^2} = \frac{D_{i+2} - 2D_{i+1} + D_i}{\Delta t^2}$$
$$a_1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{(D_{j+2} - D_{j+1}) - (D_{j+1} - D_j)}{\Delta t^2} = \frac{D_{j+2} - 2D_{j+1} + D_j}{\Delta t^2}$$

Подставим числовые значения из условия задачи и таблицы с данными, которые допустимо преобразовать сразу в нормальный вид:

$$a_0 = \frac{((65535 + 195) - 63362) - (63362 - 61122)}{\Delta t^2} = \frac{2368 - 2240}{\Delta t^2} = \frac{128}{\Delta t^2}$$
$$a_1 = \frac{(10378 - 7725) - (7725 - 5144)}{0,1^2} = \frac{2653 - 2581}{\Delta t^2} = \frac{72}{\Delta t^2}$$

Поскольку другие параметры не заданы в условии задачи, то оставляем результат расчета как есть и пишем его в ответ.

Ответ: $a_0 = \frac{D_{i+2} - 2D_{i+1} + D_i}{\Delta t^2} = \frac{128}{\Delta t^2}$ $a_1 = \frac{D_{j+2} - 2D_{j+1} + D_j}{\Delta t^2} = \frac{72}{\Delta t^2}$

4. Определите во сколько раз и как изменится ускорение после того, как будет тормозами заблокирована одна ось?

Поскольку очевидно, что ускорение будет уменьшаться с увеличением илы трения, то сразу составим обратное отношение ускорений:

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{128}{\Delta t^2} \cdot \frac{\Delta t^2}{72} = 1,78$$

Ответ: $\frac{a_0}{a_1} = 1,78$ – ускорение уменьшится в 1,78 раза

5. Во сколько раз изменится ускорение робота, если заблокировать обе оси? Получится ли мгновенно остановить робота?

Масса колес по сравнению с массой робота пренебрежимо мала, а трением качения можно пренебречь.

Чтобы решить этот вопрос, запишем уравнение сил, действующих на систему робот-груз:

$$\overrightarrow{F_{TP_1}} + \overrightarrow{F_{TP_2}} + \overrightarrow{N_0} + m_{\text{роб}}\vec{g} + m_{\text{гр}}\vec{g} = m_{\text{роб}}\vec{a} + m_{\text{гр}}\vec{a}$$

Спроецируем силы на ось и запишем для разных случаев.

Для первого случая $F_{TP_1} = F_{TP_2} = 0$

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

$$m_{ГР}g = m_{РОБ}a + m_{ГР}a$$

$$a = \frac{m_{ГР}g}{m_{РОБ} + m_{ГР}}$$

Для второго случая $F_{ТП_2} = 0$ ускорение уменьшится в n раз.

$$\frac{a}{n} = \frac{m_{ГР}g - F_{ТП_1}}{m_{РОБ} + m_{ГР}} = \frac{m_{ГР}g}{m_{РОБ} + m_{ГР}} - \frac{F_{ТП_1}}{m_{РОБ} + m_{ГР}}$$

Для третьего случая ускорение уменьшится еще в k раз.

$$\frac{a}{kn} = \frac{m_{ГР}g - 2F_{ТП_1}}{m_{РОБ} + m_{ГР}} = \frac{m_{ГР}g}{m_{РОБ} + m_{ГР}} - 2\frac{F_{ТП_1}}{m_{РОБ} + m_{ГР}}$$

Подставим ускорение из первого случая во второй

$$\frac{a}{n} = a - \frac{F_{ТП_1}}{m_{РОБ} + m_{ГР}}$$

Перенесем ускорение в левую часть.

$$\frac{a(n-1)}{n} = \frac{F_{ТП_1}}{m_{РОБ} + m_{ГР}}$$

Проведем аналогичную операцию с уравнением для третьего случая.

$$\frac{a}{kn} = a - 2\frac{a(n-1)}{n}$$
$$n = \frac{1}{2-k} = \frac{1}{2-1,78} = 4,54$$

Из уравнения следует, что при $k > 2$ ускорение было бы отрицательным, что говорило бы о том, что робот мгновенно остановился бы.

Ответ: $n = \frac{1}{2-k} = 4,54$, мгновенно остановить не получится
--

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

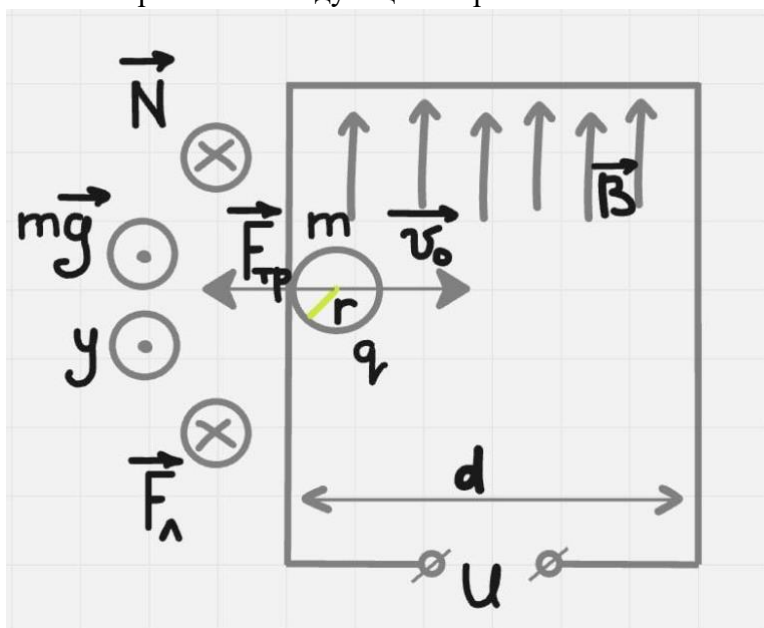
Задача № 4

Две вертикальные металлические пластины расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 15$ см. К их концам подключен источник постоянного напряжения. Между пластинами свободно перемещается металлический шарик массой $m = 150$ г, радиусом $r = 2,5$ см и зарядом $q = 2$ Кл. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,25$ Тл, направленном вертикально вверх. Шарiku передают постоянную скорость $v_0 = 5$ см/с, направленную перпендикулярно пластинам. Коэффициент трения шарика о поверхность равен $\mu = 0,4$.

1. Нарисуйте рисунок, укажите направление индукции магнитного поля и силы тока в цепи. Укажите силы, действующие на шарик сразу после передачи ему начальной скорости.
2. Найдите время, через которое шарик (его центр масс) долетит от одной пластины до другой. Ответ округлите до целых и переведите в двоичную систему счисления.
3. Найдите силу трения, действующую на шарик во время его движения. Ответ округлите до сотых.

Решение

1. Схема может быть нарисована следующим образом:



**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс**

2. Шарик за время полёта пройдет расстояние равное $l = d - 2r$. Поэтому время вычисляется по формуле равномерного движения:

$$t = \frac{l}{v_0} = \frac{d-2r}{v_0} = \frac{15-2 \cdot 2.5}{5} = 2 \text{ с.}$$

Переведем в двоичную систему отсчета: $2_2 = 10$.

3. Напишем условие равновесия шарика, в проекции на вертикальную ось Y , так как по этой оси шарик неподвижен:

$F_{\text{л}} + N = mg$, где $F_{\text{л}} = qvB$, тогда выразим из этого уравнения силу реакции опоры:

$$N = mg - qvB$$

Тогда силу трения найдем по формуле:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu \cdot (mg - qvB) = 0.4 \cdot (0.15 \cdot 10 - 2 \cdot 0.05 \cdot 0.25) = 0.59 \text{ Н.}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Задача № 5

На геостационарную орбиту радиусом $R = 42000$ км запускается спутник массой $m = 500$ кг. На орбите спутник движется с первой космической скоростью.

- 1) Найдите минимальную энергию, необходимую для вывода спутника на эту орбиту.
- 2) Чему равна кинетическая энергия на орбите?

Радиус Земли: $R_z = 6371$ км, гравитационную постоянную положим равной: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$, масса Земли: $M = 5,974 \cdot 10^{24}$ кг. Ответ округлите до сотых.

Решение

Минимальная энергия ΔE — это разница между полной механической энергией на орбите и энергией спутника на поверхности Земли.

При первой космической скорости на круговой орбите выполняется условие равновесия центростремительной силы и силы гравитации:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \quad \text{Откуда} \quad E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{2R^2}$$

Полная механическая энергия на орбите:

$$E_{\text{орб}} = E_k + E_{\text{п}} = \frac{GMm}{2R^2} + \frac{-GMm}{R} = \frac{-GMm}{2R}$$

Потенциальная энергия на поверхности Земли:

$$E_{\text{пот}} = \frac{-GMm}{R_z}$$

Работа для вывода спутника на орбиту (энергия):

$$\Delta E = E_{\text{орб}} - E_{\text{пот}} = \frac{-GMm}{2R} - \frac{-GMm}{R_z} = GMm * \left(\frac{1}{R_z} - \frac{1}{2R} \right) \approx 2.89 * 10^{16} \text{ Дж}$$

Кинетическая энергия спутника на орбите:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

$$E_k = \frac{GMm}{2R} = \frac{6.7 * 10^{-11} * 5.974 * 10^{24} * 500}{2 * 42 * 10^6} \approx 2.38 * 10^9 \text{ Дж}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс**

Вариант 2

Задача № 1

см.вариант 1

Задача № 2

см.вариант 1

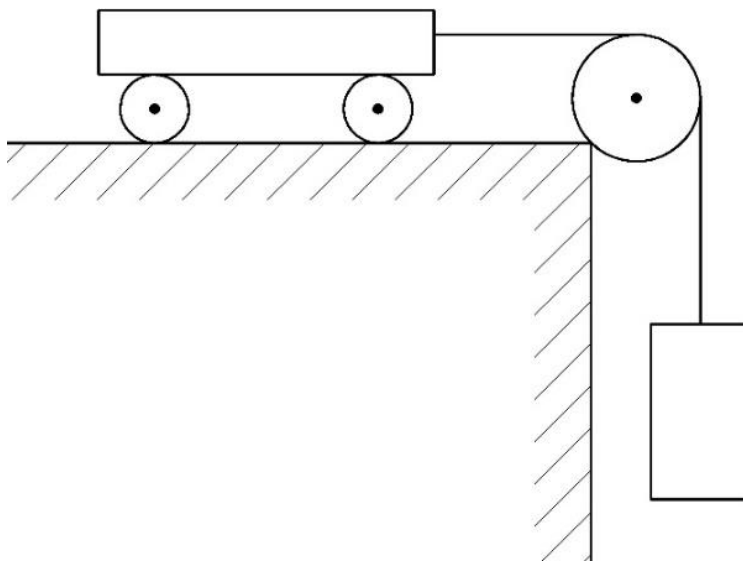
Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Задача № 3

Четырехколесный двуосный робот, находящийся на ровной горизонтальной шероховатой поверхности, затягивает висящий над обрывом груз, связанный нерастяжимым буксировочным тросом, через неподвижный блок. На одном из колес установлен энкодер, значения которого записываются в 16-разрядную память через одинаковые промежутки времени.



В какой-то момент ввиду технической неисправности двигателя перестают давать тягу и груз утягивает робота обратно к обрыву с некоторым ускорением. Робота с грузом пытаются остановить, заблокировав сначала одну ось, а потом и другую. Фрагменты данных в памяти до блокировки колес и блокировки одной оси представлены в таблице.

До блокировки		Блокировка одной оси	
адрес регистра	данные регистра	адрес регистра	данные регистра
...	...	...	...
i	0x DD F2	j	0x FE FD
i+1	0x E5 B2	j+1	0x 07 F1
i+2	0x ED D2	j+2	0x 11 2B
...	...	...	...

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

1. Нарисуйте схему и укажите на ней силы, действующие на робота и груз.
2. Во сколько раз изменится сила трения после того, как будут заблокированы обе оси?
3. Определите по показаниям энкодера в памяти, с каким ускорением робот катится к обрыву.
4. Определите, во сколько раз и как изменится ускорение после того, как будет тормозами заблокирована одна ось.
5. Во сколько раз изменится ускорение робота, если заблокировать обе оси? Получится ли мгновенно остановить робота?

Масса колес по сравнению с массой робота пренебрежимо мала, а трением качения можно пренебречь.

Решение

1. Нарисуйте схему и укажите на ней силы, действующие на робота и груз.

На заблокированное колесо действует сила трения скольжения. В остальных случаях действует сила трения качения.

На груз действуют две силы: сила тяготения, которая приложена к центру груза, и сила реакция троса в точке крепления троса к грузу.

На робот действуют силы: сила тяготения, которая приложена к центру груза, и сила реакция троса в точке крепления троса к роботу, сила трения в точке контакта колес с поверхностью.

2. Как изменится сила трения после того, как будут заблокированы обе оси?

Учитывая, что колеса на осях одинаковые, сила трения увеличится в два раза.

3. Определите с каким ускорением робот катится к обрыву по показаниям энкодера в памяти.

$$a_0 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{(D_{i+2} - D_{i+1}) - (D_{i+1} - D_i)}{\Delta t^2} = \frac{D_{i+2} - 2D_{i+1} + D_i}{\Delta t^2}$$
$$a_1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{(D_{j+2} - D_{j+1}) - (D_{j+1} - D_j)}{\Delta t^2} = \frac{D_{j+2} - 2D_{j+1} + D_j}{\Delta t^2}$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Подставим числовые значения из условия задачи и таблицы с данными, которые допустимо преобразовать сразу в нормальный вид:

$$a_0 = \frac{(60882 - 58802) - (58802 - 56818)}{\Delta t^2} = \frac{2080 - 1984}{\Delta t^2} = \frac{96}{\Delta t^2}$$
$$a_1 = \frac{(4395 - 2033) - (2033 - (65227 - 65535))}{0,1^2} = \frac{2362 - 2341}{\Delta t^2} = \frac{21}{\Delta t^2}$$

Поскольку другие параметры не заданы в условии задачи, то оставляем результат расчета как есть и пишем его в ответ.

Ответ: $a_0 = \frac{D_{i+2} - 2D_{i+1} + D_i}{\Delta t^2} = \frac{96}{\Delta t^2}$ $a_1 = \frac{D_{j+2} - 2D_{j+1} + D_j}{\Delta t^2} = \frac{21}{\Delta t^2}$

4. Определите во сколько раз и как изменится ускорение после того, как будет тормозами заблокирована одна ось?

Поскольку очевидно, что ускорение будет уменьшаться с увеличением или трения, то сразу составим обратное отношение ускорений:

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{96}{\Delta t^2} \cdot \frac{\Delta t^2}{21} = 4,57$$

Ответ: $\frac{a_0}{a_1} = 1,78$ – ускорение уменьшится в 4,57 раза

5. Во сколько раз изменится ускорение робота, если заблокировать обе оси? Получится ли мгновенно остановить робота?

Масса колес по сравнению с массой робота пренебрежимо мала, а трением качения можно пренебречь.

Чтобы решить этот вопрос, запишем уравнение сил, действующих на систему робот-груз:

$$\vec{F}_{TP_1} + \vec{F}_{TP_2} + \vec{N}_0 + m_{\text{РОБ}}\vec{g} + m_{\text{ГР}}\vec{g} = m_{\text{РОБ}}\vec{a} + m_{\text{ГР}}\vec{a}$$

Спроецируем силы на ось и запишем для разных случаев.

Для первого случая $F_{TP_1} = F_{TP_2} = 0$

$$m_{\text{ГР}}g = m_{\text{РОБ}}a + m_{\text{ГР}}a$$

$$a = \frac{m_{\text{ГР}}g}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}}$$

Для второго случая $F_{TP_2} = 0$ ускорение уменьшится в n раз.

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

$$\frac{a}{n} = \frac{m_{\text{ГР}}g - F_{\text{ТП}_1}}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}} = \frac{m_{\text{ГР}}g}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}} - \frac{F_{\text{ТП}_1}}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}}$$

Для третьего случая ускорение уменьшится еще в k раз.

$$\frac{a}{kn} = \frac{m_{\text{ГР}}g - 2F_{\text{ТП}_1}}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}} = \frac{m_{\text{ГР}}g}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}} - 2\frac{F_{\text{ТП}_1}}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}}$$

Подставим ускорение из первого случая во второй

$$\frac{a}{n} = a - \frac{F_{\text{ТП}_1}}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}}$$

Перенесем ускорение в левую часть.

$$\frac{a(n-1)}{n} = \frac{F_{\text{ТП}_1}}{m_{\text{РОБ}} + m_{\text{ГР}}}$$

Проведем аналогичную операцию с уравнением для третьего случая.

$$\frac{a}{kn} = a - 2\frac{a(n-1)}{n}$$

$$n = \frac{1}{2-k} = \frac{1}{2-4,57} = -0,38$$

Из уравнения следует, что при $k > 2$ ускорение отрицательное, что говорит о том, что робот мгновенно остановится.

Ответ: $n = \frac{1}{2-k} = 4,54$, робот мгновенно остановится

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Задача № 4

Две вертикальные металлические пластины расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 15$ см. К их концам подключен источник постоянного напряжения. Между пластинами свободно перемещается металлический шарик массой $m = 150$ г, радиусом $r = 2,5$ см и зарядом $q = 2$ Кл. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,25$ Тл, направленном вертикально вверх. Шарiku передают постоянную скорость $v_0 = 2$ см/с, направленную перпендикулярно пластинам. Сила трения, действующая на шарик по ходу движения, равна $F_{\text{тр}} = 0,8$ Н.

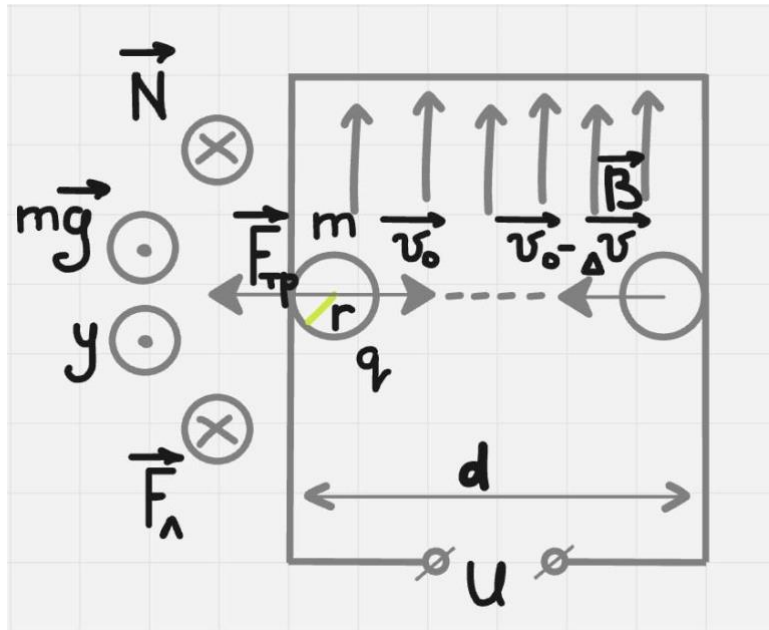
1. Нарисуйте рисунок, укажите направление индукции магнитного поля и силы тока в цепи. Укажите силы, действующие на шарик сразу после передачи ему начальной скорости.
2. Найдите время, за которое шарик (его центр масс) остановится, учитывая, что скорость после удара о пластину уменьшается на $\Delta v = 1$ см/с. Ответ округлите до целых и переведите в двоичную систему счисления.
3. Найдите коэффициент трения шарика о поверхность за время первого полета от одной пластины до другой. Ответ округлите до сотых.

Решение

1. Схема может быть нарисована следующим образом:

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс



2. Шарик за время полёта пройдет расстояние равное $l = d - 2r$. Также отметим, что так как скорость шарика в два раза больше, чем Δv , то шарик сделает всего два полёта от одной пластины к другой и остановится. Поэтому время вычисляется по формуле равномерного движения:

$$t = \frac{l}{v_0} + \frac{l}{v_0 - \Delta v} = \frac{15 - 2 \cdot 2.5}{2} + \frac{15 - 2 \cdot 2.5}{2 - 1} = \frac{10}{2} + \frac{10}{1} = 15 \text{ с.}$$

Переведем в двоичную систему отсчета: $15_2 = 1111$.

3. Напишем условие равновесия шарика, в проекции на вертикальную ось Y , так как по этой оси шарик неподвижен:

$F_{л} + N = mg$, где $F_{л} = qvB$, тогда выразим из этого уравнения силу реакции опоры:

$$N = mg - qvB.$$

Тогда сила трения выражается по формуле: $F_{тр} = \mu \cdot N = \mu \cdot (mg - qvB)$.

Выразим коэффициент трения:

$$\mu = \frac{F_{тр}}{mg - qvB} = \frac{0.8}{0.15 \cdot 10 - 2 \cdot 0.02 \cdot 0.25} = 0.54$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

Задача № 5

Запускается спутник массой $m = 400$ кг на круговую орбиту. Высота орбиты $h = 38000$ км. На орбите спутник движется с первой космической скоростью.

- 1) Найдите минимальную энергию, необходимую для вывода спутника на указанную в условии орбиту.
- 2) Чему равна кинетическая энергия спутника на указанной в условии орбите?

Радиус Земли $R_з = 6371$ км, гравитационную постоянную положим равной: $G = 6.7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$, масса Земли: $M = 5,974 \cdot 10^{24}$ кг. Ответ округлите до сотых.

Решение

Найдём радиус орбиты спутника

$$R_{\text{орб}} = R_{\text{земли}} + h = 6371 + 38000 = 44371 \text{ км}$$

Минимальная энергия ΔE — это разница между полной механической энергией на орбите и энергией спутника на поверхности Земли.

При первой космической скорости на круговой орбите выполняется условие равновесия центростремительной силы и силы гравитации:

$$\frac{mv^2}{R_{\text{орб}}} = \frac{GMm}{R_{\text{орб}}^2} \text{ Откуда } E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{2R_{\text{орб}}}$$

Полная механическая энергия на орбите:

$$E_{\text{орб}} = E_k + E_{\text{п}} = \frac{GMm}{2R_{\text{орб}}} + \frac{-GMm}{R_{\text{орб}}} = \frac{-GMm}{2R_{\text{орб}}}$$

Потенциальная энергия на поверхности Земли:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
10 класс

$$E_{\text{пот}} = \frac{-GMm}{R_3}$$

Работа для вывода спутника на орбиту (энергия):

$$\Delta E = E_{\text{орб}} - E_{\text{пот}} = \frac{-GMm}{2R_{\text{орб}}} - \frac{-GMm}{R_3} = GMm * \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{2R_{\text{орб}}} \right) \\ \approx 2.33 * 10^{16} \text{ Дж}$$

Кинетическая энергия спутника на орбите:

$$E_k = \frac{GMm}{2R_{\text{орб}}} = \frac{6.7 * 10^{-11} * 5.974 * 10^{24} * 400}{2 * 44371 * 10^3} \approx 1.80 * 10^9 \text{ Дж}$$