МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Продуктовый сектор

Междисциплинарные задачи

11 класс

Вариант 1

Задача № 1

От точечного монохроматического источника света L_1 параллельно экрану отодвигают такой же точечный источник L_1 до тех пор, пока в точке на экране, где наблюдается интерференция, не наступает потемнение. Расстояние от источника L_1 до экрана H =150 см. Расстояние между источниками d считать много меньше H (d << H) .

При расчётах использовать формулу $(1 + y)^{2} = 1 + ny$, при $y << 1$.

Вопросы:

А)На какое минимальное расстояние S следует сместить экран к источнику L_1, чтобы в точке, где наблюдается интерференция возник интерференционный максимум? Ответ дайте в сантиметрах.

Б) Найдите величину d^2/λ, где λ - длина волны источников света. Ответ дайте в сантиметрах. В ответ выведите найденные значения, округленные до целого.

Формат ввода

В строке содержится параметр: H

Формат вывода

С строчку через пробел выведите: O_1 O_2

Примечание

При использовани языка программирования Python вывод рекомендуется осуществить следующим образом:

print(int(o1), int(o2)), где в переменных o1 и o2 хранятся результаты расчетов на 1-ый и 2-ой вопросы соответственно.

Москва

2024/2025 уч. г.

Ответ: 75   150

Решение

Разность хода волн, приходящих в точку, где наблюдается интерференция, от двух источников:

$$\Delta = \sqrt{H^2 + d^2} - H$$

Используя формулу, указанную в условии, получим:

$$\sqrt{H^2 + d^2} = \sqrt{H^2\left(1 + \frac{d^2}{H^2}\right)} = H\left(1 + \frac{d^2}{h^2}\right)^{1/2} = H\left(1 + \frac{d^2}{2H^2}\right) = H + \frac{d^2}{2H^2}$$

Значит, разность хода:

$$\Delta = H^2 + \frac{d^2}{2H} - H = \frac{d^2}{2H}$$

Запишем условие минимума интерференции:

$$\frac{d^2}{2H} = \frac{\lambda}{2}$$

При смещении экрана на величину S аналогично запишем условие максимума интерференции:

$$\frac{d^2}{2(H-S)} = \lambda$$

Поделив уравнения, получим ответ на пункт А. Пункт Б решается из последнего уравнения.

$$S = \frac{H}{2} = 75\text{см}. \ \frac{d^2}{\lambda} = 2(H - S) = 150\text{см}$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
11 класс

Задача № 2

Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Блочным разбиением числа назовем операцию, при которой после любых разрядов исходного числа можно поставить символы разделения "|" (не менее одного), а затем разбить исходное число на числа, разделенные символами разделения.
Например: число $192567 \rightarrow 19|2|567 \rightarrow 19,\ 2,\ 567.$

Равно-блочным разбиением является блочное разбиение, в котором суммы цифр в каждом новом полученном числе равны.
Например: число 178422 можно равно-блочно разбить на 17|8|422 → 17, 8, 422 (сумма цифр в каждом новом числе равна 8).

Требуется равно-блочно разбить заданное число, при этом если существует несколько разбиений - выбрать разбиение с наибольшим кол-вом блоков (символов разделения), или указать, что равно-блочного разбиения не существует.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит исходное число $X \leq len(X) \leq 10^5$
len(X) - число разрядов исходного числа.

Формат выходных данных

Программа должна вывести единственную строку с числом n, где n - максимально возможно число блоков при равно-блочном разбиении. Если равно-блочного разбиения не существует - выведите 1.

Примечение

В примере 1 существует равно-блочное разбиение на 2 блока: 123, 321 и на 4 блока: 12, 3, 3, 21 - в ответ выводим наибольшее. Для примера 2 не существует равно-блочных разбиений.

Пример

Ввод 123321

Вывод 4

Москва

2024/2025 уч. г.

Ввод 5712

Вывод 1

Пример Решения

```
def solution(number):
    add_sum = set()
    num_sum, counter = 0, 0
    for x in number:
        num_sum += int(x)
        add_sum.add(num_sum)
        counter += 1

    ans = -1
    for z in range(1, int(num_sum ** 0.5) + 1, 1):
        if num_sum % z == 0:
            del1 = z
            del2 = num_sum // z

            sum_set1 = set([num_sum * k // del1 for k in
range(1, del1)])
            if len(sum_set1) ==
len(sum_set1.intersection(add_sum)):
                if del1 > ans:
                    ans = del1

            sum_set2 = set([num_sum * k // del2 for k in
range(1, del2)])
            if len(sum_set2) ==
len(sum_set2.intersection(add_sum)):
                if del2 > ans:
                    ans = del2

    return ans


n = input()
print(solution(n))
```

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

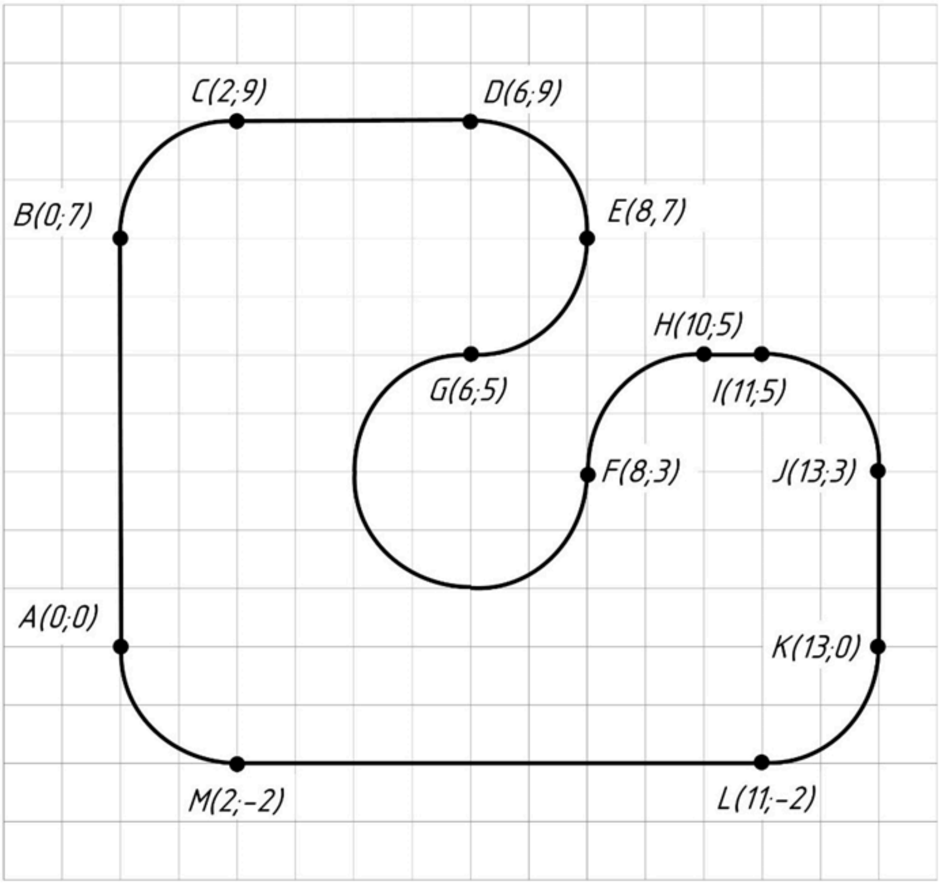
Продуктовый сектор

Междисциплинарные задачи

11 класс

Задача № 3

Четырехколесный робот массой 25 кг маневрирует по полигону по запрограммированному маршруту. Маршрут робота представлен на рисунке с указанием координат изменения режимов движения (поворот или движение по прямой). Шаг координатной сетки – 1 м.



Коэффициент трения скольжения робота о поверхность полигона 0,2. Распределение веса по осям робота 50:50. Робот заранее программируется перед выходом на полигон на определенную постоянную скорость движения, которую автоматика поддерживает в течение всего маршрута. Ускорение свободного падения принять за 10,0 м/с^2.

1. Каким ускорением обладает робот при совершении поворота и движении по прямой?

2. В какой точке или точках полигона наибольший риск схода робота с траектории на высокой скорости и почему? Объясните на основе анализа условия (формулы) устойчивости робота.

3. Определите площадь полигона, которая оказалась внутри контура маршрута движения робота.

4. Какую постоянную максимальную скорость, при которой у робота не произойдет проскальзывания колес и потери траектории движения, можно запрограммировать,?

5. За какое минимальное время робот может пройти путь?

Решение

1. Каким ускорением обладает робот при совершении поворота и движении по прямой?

В общем случае при совершении поворота на робота действует ускорение, состоящее из тангенциального и нормального ускорений.

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Тангенциальное ускорение определяется как:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$$

поскольку по условию задачи скорость поддерживается постоянной.

Нормальное ускорение определяется как:

$$a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \neq 0$$

При движении по прямой ускорение также отсутствует, поскольку по условию задачи скорость поддерживается постоянной.

Ответ: При повороте робот обладает только нормальным (центростремительным) ускорением, а при движении по прямой ускорение отсутствует.

2. В какой точке или точках полигона наибольший риск схода робота с траектории на высокой скорости и почему (объяснить на основе анализа условия (формулы) устойчивости робота)?

Наибольший риск в тот момент, когда происходит изменение состояния системы, что следует из второго закона Ньютона:

$$\frac{dA}{dt} = max$$

Учитывая, что движение по траектории всегда равномерное, то единственное место изменение состояния происходит в точках входа и выхода из поворота в одинаковой степени. Если робот теряет устойчивость при входе в поворот, то до точки выхода из поворота не доедет.

Ответ: в точках входа в поворот

3. Определите площадь полигона, которая оказалась внутри контура маршрута движения робота.

Площадь разбивается на стандартные элементы: 1. - четверть окружности для правого поворота, 2. - вычитание четверти окружности из элемента 2х2 для левого поворота, 3. – оставшейся площади прямоугольной формы.

$$S = 7 \cdot S_1 + 3 \cdot S_2 + S_0 = 7 \cdot S_1 + 3\left(S_{2x2} - S_1\right) + 19,75 \cdot S_{2x2} =$$

$$S = 4 \cdot S_1 + 22,75 \cdot S_{2x2}$$

$$S = 4 \cdot \frac{\pi(2a)^2}{4} + 22,75 \cdot (2a)^2 = 4\pi a^2 + 91a^2$$

Подставим числовые значения:

$$S = 4\pi + 91 \approx 103,6 \text{ м}^2$$

Ответ: $S = 91a^2 + 4\pi a^2 = 91 + 4\pi \text{ м}^2$ или $S = 91a^2 + 4\pi a^2 \approx 103,6 \text{ м}^2$

4. Какую постоянную максимальную скорость можно запрограммировать, при которой у робота не произойдет проскальзывания колес и потери траектории движения?

$$\frac{mv^2}{R} = \mu N = \mu mg$$

$$v = \sqrt{\mu g R} = v_{max}$$

$$v_{max} = \sqrt{0,2 \cdot 10,0 \cdot 2a} = 2\sqrt{a} = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $v_{max} = 2\sqrt{a} = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$

5. За какое минимальное время робот может пройти путь?

$$t_{min} = \frac{L}{v_{max}}$$

Для начала необходимо вычислить длину пути.

$$L = 10 \cdot L_{пов} + L_{AB} + L_{CD} + L_{HI} + L_{JK} + L_{LM}$$

$$L = 10 \cdot \frac{1}{4}(2\pi R) + \left|y_B - y_A\right| + \left|x_D - x_c\right| + \left|x_I - x_H\right| + \left|y_K - y_J\right| + \left|x_L - x_M\right|$$

$$L = 10\pi a + 7a + 4a + a + 3a + 9a = 24a + 10\pi a$$

Максимальную скорость необходимо взять из решения п.4 и подставить в формулу времени. Также подставим числовые значения и получим сразу ответ.

Ответ: $t_{min} = \frac{24a+10\pi a}{2\sqrt{a}} = 12 + 5\pi$ или $t_{min} = \frac{23a+10\pi a}{2\sqrt{a}} \approx 27,7$

Задача № 4

Две параллельные металлические проволоки расположены горизонтально на расстоянии l = 20 см друг от друга. К их концам подключен источник постоянного напряжения U = 10 В. По проволокам свободно, без трения перемещается стержень массой m = 200 г и площадью поперечного сечения s = 30 мм^2, замыкая электрическую цепь. Сопротивление проволоки пренебрежимо мало. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,35 Тл, направленном перпендикулярно плоскости цепи. В начальный момент времени стержню сообщают скорость v_0 = 7 м/с, направленную вдоль проволок. Удельное сопротивление стержня ρ = 1,7 · 10^{-3} Ом · м.

1. Нарисуйте рисунок: укажите направление индукции магнитного поля и силы тока, проходящего через стержень, которые допускают возможность остановки стержня. Укажите силы, действующие на стержень сразу после передачи ему начальной скорости.

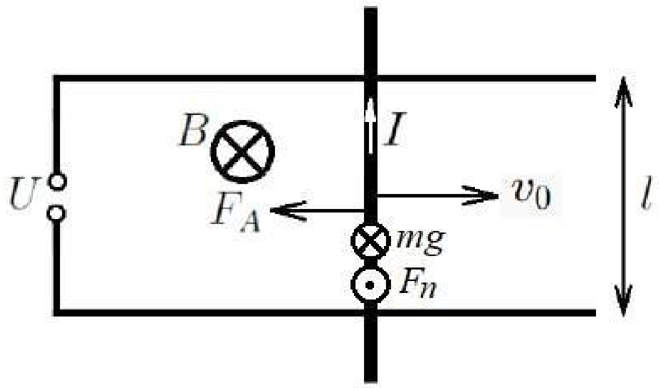
2. Найдите время, через которое стержень остановится. Ответ округлите до целых.

3. Найдите скорость стержня после 13 секунд со времени передачи стержню начальной скорости v_0 при обратном направлении индукции магнитного поля. Ответ округлите до целого.

4. Найдите, какой коэффициент трения должен быть между стержнем и параллельными проволоками, чтобы стержень двигался равномерно со скоростью v_0 при обратном направлении индукции магнитного поля. Ответ округлите до сотых.

Решение

1. Рисунок может быть нарисован следующим образом:



2.1. На стержень действует сила Ампера $F_A = BIl$, которая замедляет его движение. Согласно второму закону Ньютона:

$$ma = F = BIl,$$

где $I = \frac{U}{R}$ — ток в цепи.

2.2. Ускорение стержня:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{BIl}{m} = \frac{BUl}{mR}.$$

2.3. Для равномерно замедленного движения время остановки t выражается как:

$$t = \frac{v_0}{|a|} = \frac{mRv_0}{BUl}$$

2.4. Учитывая, что $R = \frac{\rho l}{s}$, получаем:

$$t = \frac{m\rho l v_0}{BUls} = \frac{m\rho v_0}{BUs} = \frac{0,2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3} \cdot 7}{0,35 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} \approx 23\,\text{с}$$

.

3.1. Найдём скорость стержня через 13 с при обратном направлении индукции магнитного поля. В этом случае сила Ампера $F_A = -BIl$ будет направлена в противоположную сторону, ускоряя стержень. Уравнение движения принимает вид:

$$ma = F_A = -BIl,$$

где $I = \frac{U}{R}$ — ток в цепи, а $a = \frac{BUl}{mR}$ — ускорение.

3.2. Скорость стержня после времени t при прямолинейном движении определяется как:

$$v = v_0 + at = v_0 + \frac{BUl}{mR}t.$$

3.3. Учитывая выражение для $R = \frac{\rho l}{s}$, подставим ускорение:

$$v = v_0 + \frac{BUls}{m\rho l}t = v_0 + \frac{BUs}{m\rho}t.$$

3.4. Подставим значения:

$$v = 7 + \frac{0,35 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}{0,2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3}} \cdot 13 \approx 11,01 \text{ м/с}.$$

Округляя: $v \approx 11$м/с.

4.1. Для равномерного движения стержня с постоянной скоростью v_0 сила трения $F_{тр}$ должна уравновешивать силу Ампера $F_A = -BIl$. Следовательно:

$$F_{тр} = F_A = BIl,$$

где. $I = \frac{U}{R}$

4.2. Сила трения выражается как:

$$F_{тр} = \mu mg,$$

где μ — коэффициент трения, а g =10м/с^2.

4.3. Приравниваем силы:

$$\mu mg = B\frac{U}{R}l.$$

4.4. Выразим μ:

$$\mu = \frac{BUl}{mgR} = \frac{BUls}{mg\rho l} = \frac{BUs}{mg\rho}.$$

4.5. Подставим числовые значения:

$$\mu = \frac{0,35 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}{0,2 \cdot 10 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3}} \approx 0,031.$$

$$\mu \approx 0,03.$$

Округляя:

Задача № 5

Спутник массой 500 кг равномерно движется по круговой орбите высотой h = 300 км над поверхностью Земли. Радиус Земли положим равным 6400 км, а массу равной $6 \cdot 10^{24}$кг. Положим гравитационную постоянную равной $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

Какое количество энергии необходимо придать для того, чтобы спутник набрал вторую космическую скорость (скорость, достаточную для ухода в открытый космос)?

Для вычисления потенциальной энергии используется гравитационная энергия, вычисляющаяся по формуле $U = -G\frac{Mm}{R}$, где M – масса планеты, R – расстояние между центрами масс объектов (радиус орбиты).

Решение

Спутник находится на высоте 300 км, следовательно радиус орбиты составляет $r = 6.7 \cdot 10^6$ м Скорость спутника на круговой орбите составляет $v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow E_k = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{GMm}{2r}$.

Полная энергия спутника на орбите $E_{орб} = E_k + E_п = \frac{GMm}{2r} + \frac{-GMm}{r} = \frac{-GMm}{2r}$.

Для набора второй космической скорости (скорости убегания) необходимо, чтобы полная механическая энергия $E_{убег}$ стала равна нулю, т. е. предполагается, что расстояние между центрами масс будет бесконечным, и, для выполнения закона сохранения энергии, кинетическая энергия также должна стремиться к нулю, то есть скорость тела будет бесконечно убывать и стремиться к 0. Следовательно, для того, чтобы спутник смог покинуть космическое пространство земли,

$$\Delta E = E_{убег} - E_{орб} = \frac{GMm}{2r}$$

При подстановке значений получаем $1.5\ \cdot\ 10^{10}$Дж

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Продуктовый сектор

Междисциплинарные задачи

11 класс

Вариант 2

Задача № 1

см.вариант 1

Задача № 2

см.вариант 1

Москва

2024/2025 уч. г.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

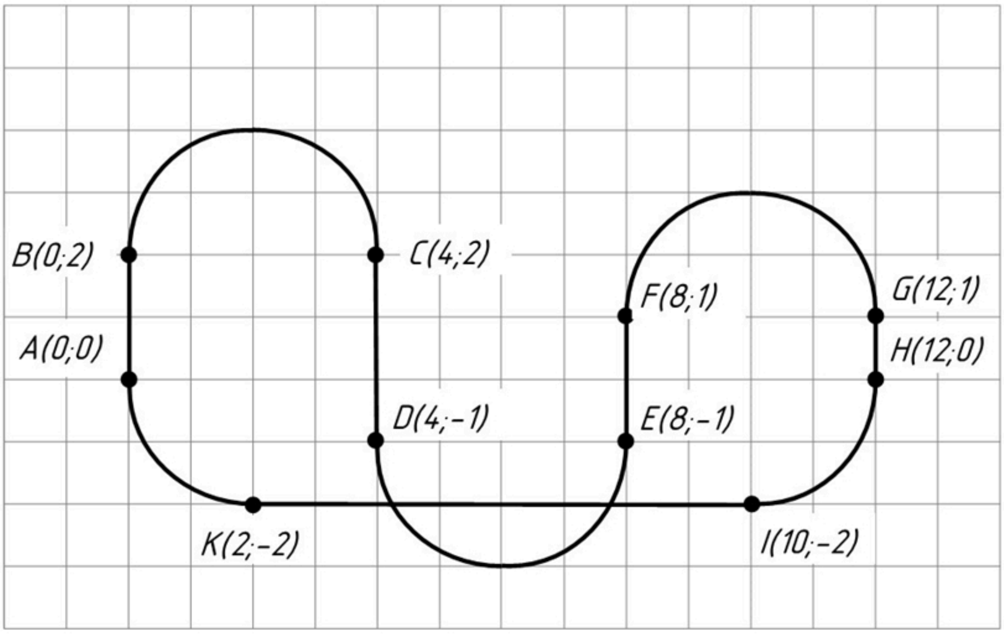
Продуктовый сектор

Междисциплинарные задачи

11 класс

Задача № 3

Четырехколесный робот массой 23 кг маневрирует по полигону по заранее запрограммированному маршруту. Маршрут робота представлен на рисунке с указанием координат изменения режимов движения (поворот или движение по прямой). Шаг координатной сетки – 1,2 м.



Коэффициент трения скольжения резиновых колес робота о поверхность полигона 1,5. Распределение веса по осям робота 50:50. Робот заранее программируется перед выходом на полигон на определенную постоянную скорость движения, которую автоматика поддерживает в течение всего маршрута. Ускорение свободного падения принять за 10,0 м/с^2.

Москва

2024/2025 уч. г.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Продуктовый сектор

Междисциплинарные задачи

11 класс

1. Каким ускорением обладает робот при совершении поворота и движении по прямой?

2. В какой точке или точках полигона наибольший риск схода робота с траектории на высокой скорости и почему? Объяснить на основе анализа условия (формулы) устойчивости робота.

3. Определите полный путь движения робота по контуру.

4. Какую постоянную максимальную скорость, при которой у робота не произойдет проскальзывания колес и потери траектории движения, можно запрограммировать,?

5. За какое минимальное время робот может пройти путь?

Решение

1. Каким ускорением обладает робот при совершении поворота и движении по прямой?

В общем случае при совершении поворота на робота действует ускорение, состоящее из тангенциального и нормального ускорений.

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Тангенциальное ускорение определяется как:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$$

поскольку по условию задачи скорость поддерживается постоянной.

Нормальное ускорение определяется как:

$$a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \neq 0$$

При движении по прямой ускорение также отсутствует, поскольку по условию задачи скорость поддерживается постоянной.

Ответ: При повороте робот обладает только нормальным (центростремительным) ускорением, а при движении по прямой ускорение отсутствует.

2. В какой точке или точках полигона наибольший риск схода робота с траектории на высокой скорости и почему (объяснить на основе анализа условия (формулы)устойчивости робота)?

Наибольший риск в тот момент, когда происходит изменение состояния системы, что следует из второго закона Ньютона:

$$\frac{dA}{dt} = max$$

Учитывая, что движение по траектории всегда равномерное, то единственное место изменение состояния происходит в точках входа и выхода из поворота в одинаковой степени. Если робот теряет устойчивость при входе в поворот, то до точки выхода из поворота не доедет.

Ответ: в точках входа в поворот

3. Определите полный путь движения робота по контуру.

$$L = 8\cdot L_{пов} + L_{AB} + L_{CD} + L_{EF} + L_{GH} + L_{IK} =$$

$$L = 8\cdot\frac{1}{4}(2\pi R) + \left|y_B - y_A\right| + \left|y_D - y_c\right| + \left|y_F - Y_E\right| + \left|y_G - y_H\right| + \left|x_I - x_K\right|$$

$$L = 8\cdot\pi a + 2a + 3a + 2a + a + 8a = 16a + 8\pi a$$

$$L = 19,2 + 11,5\pi \approx 55,4 \text{ м}$$

Ответ: $L = 16a + 8\pi a = 19,2 + 9,6\pi$ м или $L = 16a + 8\pi a \approx 49,3$ м

4. Какую постоянную максимальную скорость можно запрограммировать, при которой у робота не произойдет проскальзывания колес и потери траектории движения?

$$\frac{mv^2}{R} = \mu N = \mu mg$$

$$v = \sqrt{\mu g R} = v_{max}$$

$$v_{max} = \sqrt{1,5\cdot 10,0\cdot 2a} = \sqrt{30a} = \sqrt{30\cdot 1,2} = \sqrt{36} = 6\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $v_{max} = \sqrt{30a} = 6\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$

5. За какое минимальное время робот может пройти путь?

$$t_{min} = \frac{L}{v_{max}}$$

Путь берем из п.3, максимальную скорость из п.4 и подставляем их в формулу минимального времени. Получаем ответ

Ответ: $t_{min} = \frac{L}{v_{max}} = 8,23$ с

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
11 класс

Задача № 4

Две параллельные металлические проволоки расположены горизонтально на расстоянии l = 15 см друг от друга. К их концам подключен источник постоянного напряжения U = 12 В. По проволокам свободно, без трения перемещается стержень массой m = 250 г и площадью поперечного сечения s = 25 мм^2, замыкая электрическую цепь. Сопротивление проволоки пренебрежимо мало. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл, направленном перпендикулярно плоскости цепи. Стержень остановился через t = 20 с. Удельное сопротивление стержня $\rho = 2 \cdot 10^{-3}$ Ом · м.

1. Нарисуйте рисунок: укажите направление индукции магнитного поля и силы тока, проходящего через стержень, которые допускают возможность остановки стержня. Укажите силы, действующие на стержень сразу после передачи ему начальной скорости.

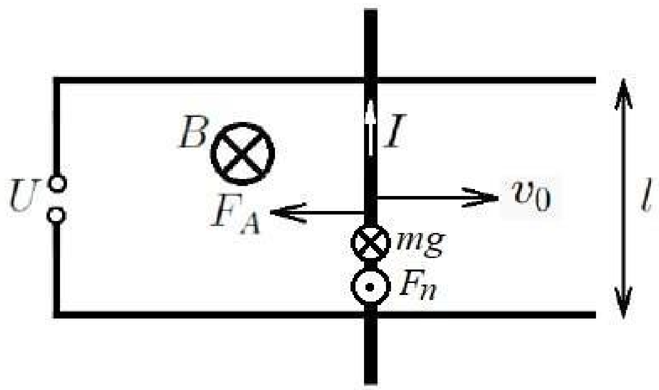
2. Найдите начальную скорость v_0 стержня. Ответ округлите до целых.

3. Найдите расстояние, на которое сместился стержень после 9 секунд со времени передачи стержню начальной скорости v_0 при обратном направлении индукции магнитного поля. Ответ округлите до десятых.

4. Найдите, какой предельный коэффициент трения не дал бы сместиться стержню при нулевой начальной скорости v_0 и обратном направлении индукции магнитного поля. Ответ округлите до сотых.

Решение

1. Схема может быть нарисована следующим образом:



МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
11 класс

2.1. На стержень действует сила Ампера $F = BIl$, которая замедляет его движение. Согласно второму закону Ньютона:

$$ma = F = BIl,$$

где $I = \frac{U}{R}$ — ток в цепи.

2.2. Ускорение стержня:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{BIl}{m} = \frac{BUl}{mR}.$$

2.3. Для равномерно замедленного движения начальная скорость v_0 выражается как:

$$v_0 = at = \frac{BUl}{mR} \cdot t.$$

2.4. Учитывая, что $R = \frac{\rho l}{s}$, получаем:

$$v_0 = \frac{BUls}{m\rho l} \cdot t = \frac{BUst}{m\rho}.$$

2.5. Подставляем значения:

$$v_0 = \frac{0,4 \cdot 12 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 20}{0,25 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \approx 5\,\text{м/с}.$$

3.1. При обратном направлении индукции магнитного поля на стержень действует сила Ампера $F = BIl$, которая ускоряет его движение. Согласно второму закону Ньютона:

$$ma = F = BIl,$$

где $I = \frac{U}{R}$ — ток в цепи.

3.2. Ускорение стержня:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{BIl}{m} = \frac{BUl}{mR} = \frac{BUs}{m\rho}.$$

3.3. Найдём расстояние, пройденное стержнем за 9 с учётом изменённого направления ускорения:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

3.4. Подставим выражение для ускорения и вычислим:

$$x = 5 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,4 \cdot 12 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{0,25 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \cdot 9^2 \approx 54,7\,\text{м}.$$

4.1. Для равномерного движения сила трения должна компенсировать силу Ампера. Коэффициент трения определяется из равенства:

$$\mu mg = BIl,$$

где $I = \frac{U}{R} = \frac{Us}{\rho l}$.

Москва

2024/2025 уч. г.

4.2. Выразим коэффициент трения μ:

$$\mu = \frac{BIl}{mg} = \frac{BUs}{mg\rho}.$$

4.3. Подставляем численные значения:

$$\mu = \frac{0,4 \cdot 12 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{0,25 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \approx 0,02.$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап

Продуктовый сектор

Междисциплинарные задачи

11 класс

Задача № 5

Спутник массой 700 кг равномерно движется по круговой орбите, расстояние от которой до поверхности Земли равно радиусу Земли. Радиус Земли равен 6400 км, а масса равна $6 \cdot 10^{24}$кг, гравитационная постоянная равна $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

Какое количество энергии необходимо придать спутнику для того, чтобы он набрал вторую космическую скорость (скорость, достаточную для ухода в открытый космос)?

Для вычисления потенциальной энергии используется гравитационная энергия, вычисляющаяся по формуле $U = -G\frac{Mm}{R}$, где M – масса планеты, R – расстояние между центрами масс объектов (радиус орбиты).

решение

Спутник находится на высоте 6400 км, следовательно радиус орбиты составляет $r = 12.8 \cdot 10^6$м Скорость спутника на круговой орбите составляет $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow E_k = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{GMm}{2r}$.

Полная энергия спутника на орбите $E_{орб} = E_k + E_п = \frac{GMm}{2r} + \frac{-GMm}{r} = \frac{-GMm}{2r}$.

Для набора второй космической скорости (скорости убегания) необходимо, чтобы полная механическая энергия $E_{убег}$ стала равна нулю, т. е. предполагается, что расстояние между центрами масс будет бесконечным, и, для выполнения закона сохранения энергии, кинетическая энергия также должна стремиться к нулю, то есть скорость тела будет бесконечно убывать и стремиться к 0. Следовательно, для того, чтобы спутник смог покинуть космическое пространство земли,

$$\Delta E = E_{убег} - E_{орб} = \frac{GMm}{2r}$$

При подстановке значений получаем $1.10 \cdot 10^{10}$Дж

Москва

2024/2025 уч. г.