

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Вариант 1

Задача № 1

Для приготовления ванны емкостью $V = 200$ л смешали холодную воду при температуре $t_1 = 10$ °С с горячей водой при температуре $t_2 = 60$ °С. Найдите объёмы V_1 и V_2 холодной и горячей воды соответственно, которые нужно взять, чтобы установилась температура $t = 40$ °С. Результат рассчитайте в литрах.

Формат ввода

В строчку через пробел вводятся параметры:

$V \ t_1 \ t_2 \ t$

Формат вывода

В строчку через пробел выведите:

$V_1 \ V_2$

Ответ: 80 120

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Cm_1(t - t_1) = Cm_2(t_2 - t)$$

Зная, что 1 литр воды весит 1 килограмм, и что сумма холодной и горячей воды даёт объём ванны, получим систему:

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = V \\ V_1(t - t_1) = V_2(t_2 - t) \end{cases}$$

Решив её, приходим к ответу.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 2

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На вход программе подается поле для игры в "Морской бой" (поле размерами 10x10 клеток) с расстановкой кораблей.

Расстановка считается корректной, если она удовлетворяет условиям:

1. На поле присутствуют 10 кораблей (1-четырёх, 2-трёх, 3-двух и 4-одно палубных (кол-во палуб = кол-ву клеток в корабле))
2. Контуры кораблей не соприкасаются друг с другом (корабли не расположены на соседних клетках по прямой или по диагонали), при этом корабли могут касаться краёв поля
3. 3-ех и 4-ех палубные корабли представляют собой прямые линии по вертикали или горизонтали толщиной в 1 клетку (корабли не могут быть изогнутыми)

Ваша задача: проверить корректность расстановки.

Формат входных данных

На каждой из 10-ти строк будет дана строка, состоящая из 10-ти символов. Каждый символ строки может быть либо "E" - пустая клетка, либо "S" - клетка с палубой корабля

Формат выходных данных

Если расстановка корректна, в ответ выведите: CORRECT

Иначе выведите: INCORRECT.

Пример:

Ввод

EEEEEEEEEE

ESSSESSESE

EEEEEEEEEE

ESSSESSEEE

Москва

2024/2025 уч. г.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

EEEEEEEEEEEE

ESSEEEEESEE

EEEEEEEEEEEE

ESESESESEE

EEEEEEEESEE

EEEEEEEEEEEE

Вывод

CORRECT

Ввод

EEEEEEEEEEEE

ESESESESEE

EEEEEEEEEEEE

EESSSSEEEE

EEEEEESSSE

ESSEEEEEEEE

EESEEEEEEEE

EEEEEESEEEE

EEEEEEEEEEEE

EEEEEESEEEE

Вывод

INCORRECT

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Пример решения

```
def set_border(my_map, border_symbol):
    new_map = []
    border_len = len(my_map[0]) + 2
    new_map.append(border_len * border_symbol)
    for row in my_map:
        new_map.append(border_symbol + row + border_symbol)
    new_map.append(border_len * border_symbol)

    return new_map

def check_ship(my_ship, my_map):
    flag = 1
    for p in my_ship:
        for x in range(-1, 2):
            for y in range(-1, 2):
                if my_map[p[0] + x][p[1] + y] == "S" and (p[0] +
x, p[1] + y) not in my_ship:
                    flag = -1
            if flag < 0:
                break
    return flag

def solution(ship_map):
    answer = 1
    ship_points = []
    counts = [0, 0, 0, 0]
    ship_map = set_border(ship_map, 'E')
    for i in range(len(ship_map)):
        for j in range(len(ship_map[i])):
            if ship_map[i][j] == 'S' and (i, j) not in
ship_points:
                ship_points.append((i, j))
                ship = [(i, j)]
                if ship_map[i][j + 1] == 'S':
                    for k in range(1, 4):
                        if ship_map[i][j + k] == 'S':
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

```
        ship.append((i, j + k))
        ship_points.append((i, j + k))
    else:
        break
elif ship_map[i + 1][j] == 'S':
    for k in range(1, 4):
        if ship_map[i + k][j] == 'S':
            ship.append((i + k, j))
            ship_points.append((i + k, j))
        else:
            break
    else:
        pass
    result = check_ship(ship, ship_map)
    counts[len(ship) - 1] += 1
    if result != 1:
        answer = -1
if answer == 1:
    if counts[0] == 4 and counts[1] == 3 and counts[2] == 2
and counts[3] == 1:
        pass
    else:
        answer = -1

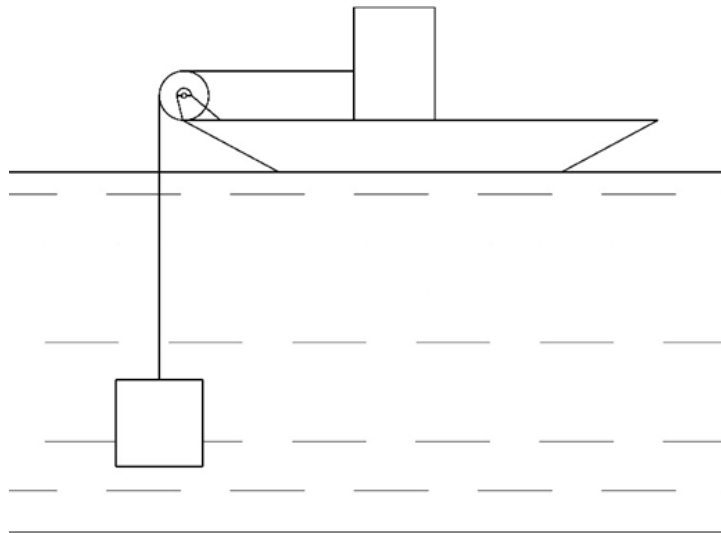
if answer == 1:
    return 'CORRECT'
else:
    return 'INCORRECT'

n = []
for _ in range(10):
    n.append(input())
print(solution(n))
```

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 3

Чтобы поднять с каменистого дна моря на глубине 140 м груз массой 175 кг в контейнере кубической формы со стороной 0,5 м, используется беспилотный надводный аппарат общей массой 490 кг. Лебедка находится в центре аппарата с тросом, протянутым через блок на самом краю аппарата.



Подъем груза выполняется равномерно без ускорения. Коэффициент жесткости троса $2,45 \cdot 10^3$ Н/м. Ускорение свободного падения $9,8$ м/с². Плотность воды 1000 кг/м³.

1. Какие силы действуют на груз в процессе его подъема на поверхность? Покажите на рисунке.
2. Действует ли сила Архимеда, когда груз лежит на дне?
3. В какую сторону и с каким ускорением начнет двигаться беспилотный надводный аппарат?
4. Насколько удлинится трос во время подъема?
5. Какую работу необходимо совершить, чтобы поднять груз на поверхность?

Решение

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Ответ: Действует, поскольку под грузом есть жидкость, оказывающее давление на груз

3. В какую сторону и с каким ускорением начнет двигаться лодка?

Уравнение сил, действующих на груз в самом начале подъёма груза:

$$\vec{T} + \vec{F}_A + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Уравнение сил, действующих на груз в процессе подъёма груза:

$$\vec{T} + \vec{F}_A + m\vec{g} = 0$$

Проведем ось x параллельно тросу. Блок позволяет утверждать, что силы до блока однозначно действуют на лебедку. Спроецируем силы на ось x , выразим силу натяжения, а также подставим силу Архимеда.

$$T_x = m_{\text{ГР}}g - F_{A_x} = g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot V_{\text{ГР}})$$

По второму закону Ньютона:

$$T_x = m_{\text{БНА}} \cdot a_x = m_{\text{БНА}} \cdot a$$

Выразим ускорение и подставим силу натяжения троса:

$$a = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot V_{\text{ГР}})}{m_{\text{БНА}}} = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{ГР}}^3)}{m_{\text{БНА}}}$$

Подставим числовые значения:

$$a = \frac{9,8 \cdot (175 - 1000 \cdot 0,5^3)}{490} = \frac{2 \cdot (175 - 125)}{1000} = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Т.к. значение ускорения положительное, то БНА будет смещаться влево.

Ответ: $a = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{ГР}}^3)}{m_{\text{БНА}}} = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, влево

4. Насколько удлинится трос во время подъёма?

Удлинение троса можно определить через силу натяжения:

$$T_x = k \cdot \Delta l_x$$

Выразим удлинения троса и подставим числовые значения.

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

$$\Delta l_x = \frac{T_x}{k} = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{ГР}}^3)}{k}$$

$$\Delta l_x = \frac{9,8 \cdot 50}{2,45 \cdot 10^3} = 0,2 \text{ м}$$

Ответ: $\Delta l_x = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{ГР}}^3)}{k} = 0,2 \text{ м}$
--

5. Какую работу необходимо совершить, чтобы поднять груз на поверхность?

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

$$A = T_x \cdot H = g \cdot H \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{ГР}}^3)$$

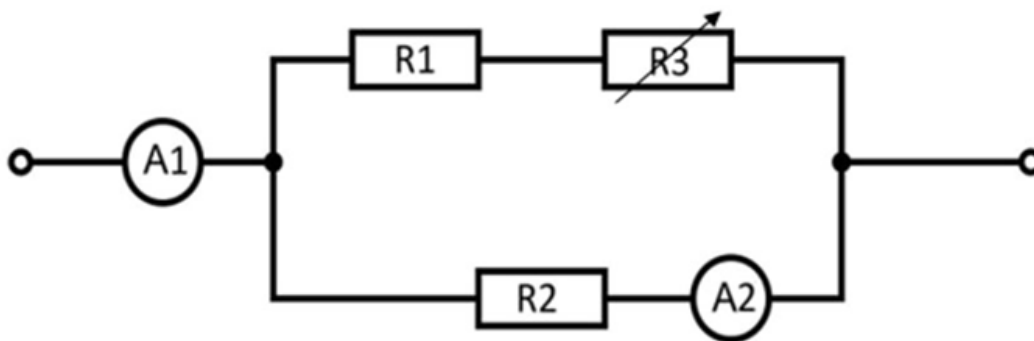
$$A = 9,8 \cdot 140 \cdot 50 = 68600 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = g \cdot H \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{ГР}}^3) = 68600 \text{ Дж}$
--

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 4

Робот-исследователь начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением $a = 0,5 \text{ м/с}^2$. Во время движения он разматывает медный провод, который подключен к электрической цепи и выполняет роль переменного резистора R_3 . Цепь питается от батарейки с напряжением $U = 12 \text{ В}$. В схеме есть два постоянных резистора R_1 и R_2 , их подключение показано на схеме:



В начальный момент времени $R_3(0) = 2 \text{ Ом}$, амперметр A_1 показывает ток $I_1 = 4 \text{ А}$, а амперметр A_2 показывает ток $I_2 = 2 \text{ А}$.

Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$.

Площадь поперечного сечения провода $S = 0,1 \text{ мм}^2$.

Найти:

1. Сопротивления резисторов R_1 и R_2 .
2. Сопротивление R_3 через 3 секунды. Ответ округлите до десятых.
3. Силу тока через амперметр A_1 через 10 секунд. Ответ округлите до десятых.
4. Мощность, выделяющуюся на резисторе R_2 через 6 секунд.
5. Через сколько секунд амперметр A_1 покажет силу тока $I_1(t) = 3 \text{ А}$. Ответ округлите до целых.

Решение

1. Сопротивления R_1 и R_2 :

По закону Ома для A_2 :

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ Ом}.$$

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Для A_1 эквивалентное сопротивление:

$$R_1 = \frac{U}{I_1 - I_2} - R_3(0) = \frac{12}{4 - 2} - 2 = 6 - 2 = 4 \text{ Ом}.$$

2. Сопротивление R_3 через 3 секунды:

Длина провода, размотанного за время t :

$$l(t) = l_0 + \frac{at^2}{2},$$

где l_0 — начальная длина провода. Сопротивление провода:

$$R_3(t) = R_3(0) + \frac{\rho at^2}{2S}.$$

Подставляем значения:

$$R_3(3) = 2 + \frac{0.017 \cdot 0.5 \cdot 3^2}{2 \cdot 0.1} \approx 2 + \frac{0.017 \cdot 0.5 \cdot 9}{0.2} \approx 2 + 0.3825 \approx 2.4 \text{ Ом}.$$

3. Сила тока через A_1 через 10 секунд:

Сопротивление R_3 через 10 секунд:

$$R_3(10) = 2 + \frac{0.017 \cdot 0.5 \cdot 10^2}{2 \cdot 0.1} = 2 + \frac{0.017 \cdot 0.5 \cdot 100}{0.2} = 2 + 4.25 = 6.25 \text{ Ом}.$$

Сила тока через A_1 :

$$I_1 = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_1 + R_3(10)} = \frac{12}{6} + \frac{12}{4 + 6.25} = 2 + \frac{12}{10.25} \approx 2 + 1.17 \approx 3.2 \text{ А}.$$

4. Мощность на R_2 через 6 секунд:

Мощность, выделяющаяся на резисторе R_2 :

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 2^2 \cdot 6 = 24 \text{ Вт}.$$

5. Время для $I_1(t) = 3 \text{ А}$:

Сила тока через A_1 :

$$I_1(t) = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_1 + R_3(t)}.$$

Подставляем $I_1(t) = 3 \text{ А}$:

$$3 = 2 + \frac{12}{4 + R_3(t)}.$$

Решаем уравнение:

$$1 = \frac{12}{4 + R_3(t)} \Rightarrow 4 + R_3(t) = 12 \Rightarrow R_3(t) = 8 \text{ Ом}.$$

Теперь находим время:

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

$$R_3(t) = R_3(0) + \frac{\rho a t^2}{2S},$$

$$8 = 2 + \frac{0.017 \cdot 0.5 \cdot t^2}{2 \cdot 0.1}$$

$$6 = \frac{0.017 \cdot 0.5 \cdot t^2}{0.2},$$

$$6 = \frac{0.0085 \cdot t^2}{0.2},$$

$$6 = 0.0425 \cdot t^2,$$

$$t^2 = \frac{6}{0.0425} \approx 141.18,$$

$$t \approx \sqrt{141.18} \approx 12 \text{ с. } ,$$

Ответ округляем до целых: $t \approx 12 \text{ с.}$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 5

Из наблюдений известно, что у некоторой планеты первая космическая скорость (скорость, с которой спутник может двигаться по круговой орбите, расположенной в окрестности поверхности планеты) меньше второй космической скорости (скорости убегания, позволяющей покинуть гравитационное поле) ровно на $n = 2,05$ км/с. Радиус планеты: $R = 8375$ км, гравитационную постоянную положим равной: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Предполагается, что расстояние между спутником

и поверхностью планеты мало и радиус орбиты можно принять равным R . Для вычисления второй космической скорости используется следующая формула:

$\sqrt{\frac{2GM_{\text{планеты}}}{R_{\text{планеты}}}}$. Для упрощения расчетов примем, что $\sqrt{2} = 1,41$. Найдите массу планеты.

Решение

Для спутника, движущегося по круговой орбите на расстоянии $r \approx R$ от центра планеты, первая космическая скорость определяется условием равенства центростремительной силы и силы гравитационного притяжения:

$$\frac{mv_1^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \text{ (M — масса планеты)}.$$

Вторая космическая скорость (скорость убегания) дана в условии. Разность между второй и первой космическими скоростями:

$$v_2 - v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} - \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{R}} \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

По условию задачи эта разность равна n , но важно помнить, что n задано в км/с, а в СИ — в м/с. Преобразуем: $n = 2,05 \text{ км/с} = 2050 \text{ м/с}$. Таким образом,

$$\sqrt{\frac{GM}{R}} \cdot (\sqrt{2} - 1) = 2050$$

По условию принимаем $\sqrt{2} = 1,41$, тогда

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс**

$$\sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2050}{0.41} = 5000 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Возводим обе части в квадрат:

$$\frac{GM}{R} = 25 \cdot 10^6 \rightarrow M = \frac{25 \cdot 10^6 \cdot R}{G}$$

После подстановки получаем $M = 3.125 \cdot 10^{24}$ кг.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс**

Вариант 2

Задача № 1

см.вариант 1

Задача № 2

см.вариант 1.

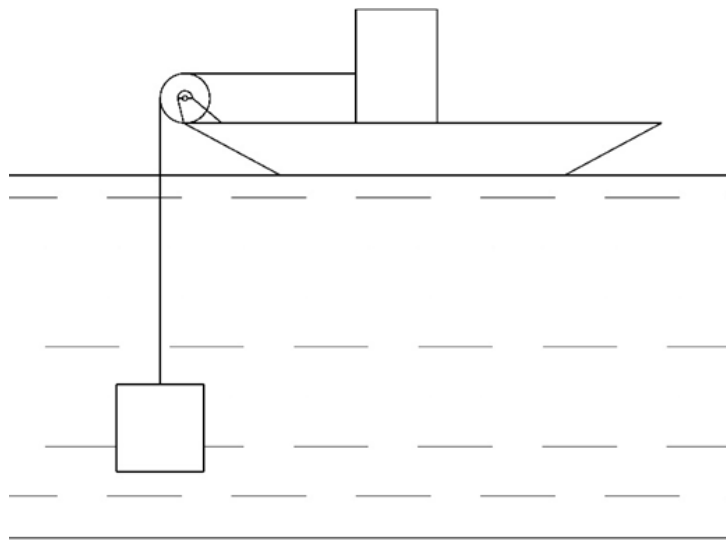
Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 3

Чтобы поднять с каменистого дна моря на глубине 175 м груз массой 168 кг в контейнере прямоугольной формы с плоскими гранями и габаритами 0,2 м х 0,3 м х 0,8 м (Г х Ш х В), используется беспилотный надводный аппарат общей массой 735 кг. Лебедка находится в центре аппарата с тросом, протянутым через блок на самом краю аппарата.



Подъем груза выполняется равномерно без ускорения. Коэффициент жесткости троса $4,9 \cdot 10^3$ Н/м. Ускорение свободного падения $9,8$ м/с². Плотность воды 1000 кг/м³.

1. Какие силы действуют на груз в процессе его подъема на поверхность?
2. С илистого или каменистого дна легче поднять груз и почему?
3. В какую сторону и с каким ускорением начнет двигаться беспилотный надводный аппарат?
4. Насколько удлинится трос?
5. Какую работу необходимо совершить, чтобы поднять груз на поверхность?

Решение

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Ответ: С каменистого дна легче поднять груз благодаря действующей выталкивающей силе.

3. В какую сторону и с каким ускорением начнет двигаться лодка?

Уравнение сил, действующих на груз в самом начале подъёма груза:

$$\vec{T} + \vec{F}_A + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Уравнение сил, действующих на груз в процессе подъёма груза:

$$\vec{T} + \vec{F}_A + m\vec{g} = 0$$

Проведем ось x параллельно тросу. Блок позволяет утверждать, что силы до блока однозначно действуют на лебедку. Спроецируем силы на ось x , выразим силу натяжения, а также подставим силу Архимеда.

$$T_x = m_{\text{ГР}}g - F_{A_x} = g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot V_{\text{ГР}})$$

По второму закону Ньютона:

$$T_x = m_{\text{БНА}} \cdot a_x = m_{\text{БНА}} \cdot a$$

Выразим ускорение и подставим силу натяжения троса:

$$a = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot V_{\text{ГР}})}{m_{\text{БНА}}} = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{Ш}} \cdot L_{\text{Г}} \cdot L_{\text{В}})}{m_{\text{БНА}}}$$

Подставим числовые значения:

$$a = \frac{9,8 \cdot (168 - 1000 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,8)}{735} = \frac{3 \cdot (168 - 1000 \cdot 0,048)}{4 \cdot 10^3} = 0,09 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Т.к. значение ускорения положительное, то БНА будет смещаться влево.

Ответ: $a = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{Ш}} \cdot L_{\text{Г}} \cdot L_{\text{В}})}{m_{\text{БНА}}} = 0,09 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, влево

4. Насколько удлинится трос во время подъёма?

Удлинение троса можно определить через силу натяжения:

$$T_x = k \cdot \Delta l_x$$

Выразим удлинения троса и подставим числовые значения.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

$$\Delta l_x = \frac{T_x}{k} = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{Ш}} \cdot L_{\text{Г}} \cdot L_{\text{В}})}{k}$$

$$\Delta l_x = \frac{9,8 \cdot 120}{4,9 \cdot 10^3} = 0,24 \text{ м}$$

Ответ: $\Delta l_x = \frac{g \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{Ш}} \cdot L_{\text{Г}} \cdot L_{\text{В}})}{k} = 0,24 \text{ м}$
--

5. Какую работу необходимо совершить, чтобы поднять груз на поверхность?

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

$$A = T_x \cdot H = g \cdot H \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{Ш}} \cdot L_{\text{Г}} \cdot L_{\text{В}})$$

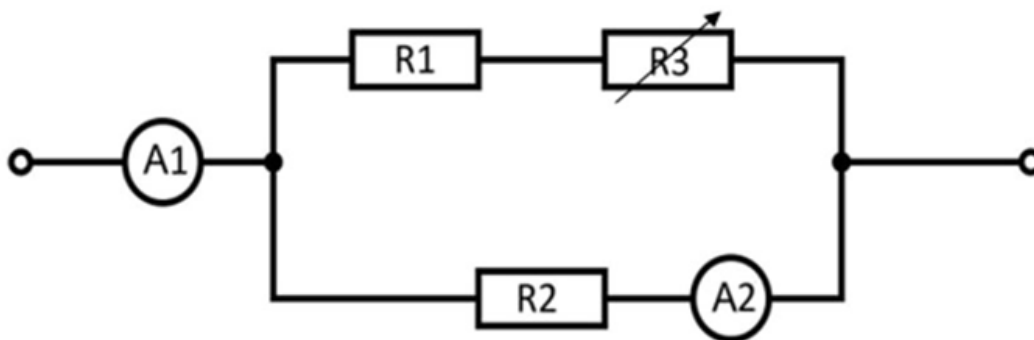
$$A = 9,8 \cdot 175 \cdot 120 = 205800 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = g \cdot H \cdot (m_{\text{ГР}} - \rho_{H_2O} \cdot L_{\text{Ш}} \cdot L_{\text{Г}} \cdot L_{\text{В}}) = 205800 \text{ Дж}$
--

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 4

Робот-исследователь начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением $a = 0,8 \text{ м/с}^2$. Во время движения он разматывает медный провод, который подключен к электрической цепи и выполняет роль переменного резистора R_3 . Цепь питается от батарейки с напряжением $U = 15 \text{ В}$. В схеме есть два постоянных резистора R_1 и R_2 , их подключение показано на схеме:



В начальный момент времени $R_3(0) = 3 \text{ Ом}$, амперметр A_1 показывает ток $I_1 = 3 \text{ А}$, а амперметр A_2 показывает ток $I_2 = 2,5 \text{ А}$.

Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$.

Площадь поперечного сечения провода $S = 0,1 \text{ мм}^2$.

Найти:

1. Сопротивления резисторов R_1 и R_2 .
2. Сопротивление R_3 через 4 секунды. Ответ округлите до целых.
3. Силу тока через амперметр A_1 через 8 секунд. Ответ округлите до целых.
4. Мощность, выделяющуюся на резисторе R_2 через 5 секунд.
5. Через сколько секунд амперметр A_1 покажет силу тока $I_1(t) = 2,8 \text{ А}$. Ответ округлите до целых.

Решение

1. Сопротивления R_1 и R_2 :

По закону Ома для A_2 :

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{15}{2.5} = 6 \text{ Ом}.$$

Для A_1 эквивалентное сопротивление:

$$R_1 = \frac{U}{I_1 - I_2} - R_3(0) = \frac{15}{3 - 2.5} - 3 = 30 - 3 = 27 \text{ Ом}.$$

2. Сопротивление R_3 через 4 секунды:

Длина провода, размотанного за время t :

$$l(t) = l_0 + \frac{at^2}{2},$$

где l_0 — начальная длина провода. Сопротивление провода:

$$R_3(t) = R_3(0) + \frac{\rho at^2}{2S}.$$

Подставляем значения:

$$R_3(4) = 3 + \frac{0.017 \cdot 0.8 \cdot 4^2}{2 \cdot 0.1} \approx 3 + \frac{0.017 \cdot 0.8 \cdot 16}{0.2} \approx 3 + 1.088 \approx 4 \text{ Ом}.$$

3. Сила тока через A_1 через 8 секунд:

Сопротивление R_3 через 8 секунд:

$$R_3(8) = 3 + \frac{0.017 \cdot 0.8 \cdot 8^2}{2 \cdot 0.1} = 3 + \frac{0.017 \cdot 0.8 \cdot 64}{0.2} = 3 + 4.352 = 7.352 \text{ Ом}.$$

Сила тока через A_1 :

$$I_1 = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_1 + R_3(8)} = \frac{15}{6} + \frac{15}{27 + 7.352} \approx 2.5 + \frac{15}{34.352} \approx 2.5 + 0.437 \approx 3 \text{ А}.$$

4. Мощность на R_2 через 5 секунд:

Мощность, выделяющаяся на резисторе R_2 :

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 2.5^2 \cdot 6 = 6.25 \cdot 6 = 37.5 \text{ Вт}.$$

5. Время для $I_1(t) = 2.8 \text{ А}$:

Сила тока через A_1 :

$$I_1(t) = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_1 + R_3(t)}.$$

Подставляем $I_1(t) = 2.8 \text{ А}$:

$$2.8 = 2.5 + \frac{15}{27 + R_3(t)}.$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Решаем уравнение:

$$0.3 = \frac{15}{27 + R_3(t)} \Rightarrow 27 + R_3(t) = \frac{15}{0.3} = 50 \Rightarrow R_3(t) = 23 \text{ Ом.}$$

Теперь находим время:

$$\begin{aligned} R_3(t) &= R_3(0) + \frac{\rho a t^2}{2S}, \\ 23 &= 3 + \frac{0.017 \cdot 0.8 \cdot t^2}{2 \cdot 0.1} \\ 20 &= \frac{0.017 \cdot 0.8 \cdot t^2}{0.2}, \\ 20 &= 0.068 \cdot t^2, \\ t^2 &= \frac{20}{0.068} \approx 294.12, \\ t &\approx \sqrt{294.12} \approx 17 \text{ с.} \end{aligned}$$

Ответ округляем до целых: $t \approx 17 \text{ с.}$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Москва

2024/2025 уч. г.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

Задача № 5

Ученые исследовали некую загадочную планету N на протяжении последнего 2225 года. Из наблюдений известно, что вокруг исследованной планеты вторая космическая скорость (скорость убегания, позволяющая покинуть гравитационное поле) больше первой космической скорости (скорость, с которой спутник может двигаться по круговой орбите, расположенной в окрестности поверхности планеты) ровно на $x = 2,255$ км/с. Радиус планеты: $R = 8710$ км, гравитационная постоянная равна $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Расстояние между спутником и поверхностью планеты достаточно мало, чтобы радиус орбиты можно было принять равным R . Для вычисления второй космической скорости используется следующая формула: $\sqrt{\frac{2GM_{\text{планеты}}}{R_{\text{планеты}}}}$. Для упрощения расчетов примем, что $\sqrt{2} = 1,41$. Найдите массу планеты.

Решение

Для спутника, движущегося по круговой орбите на расстоянии $r \approx R$ от центра планеты, первая космическая скорость определяется условием равенства центростремительной силы и силы гравитационного притяжения:

$$\frac{mv_1^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \text{ (M — масса планеты).}$$

Вторая космическая скорость (скорость убегания) дана в условии. Разность между второй и первой космическими скоростями:

$$v_2 - v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} - \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{R}} \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

По условию задачи эта разность равна x , но важно помнить, что x задано в км/с, а в СИ — в м/с. Преобразуем: $x = 2,255$ км/с = 2255 м/с. Таким образом,

$$\sqrt{\frac{GM}{R}} \cdot (\sqrt{2} - 1) = 2255$$

По условию принимаем $\sqrt{2} = 1,41$, тогда

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
Заключительный этап
Продуктовый сектор
Междисциплинарные задачи
8 класс

$$\sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2255}{0.41} = 5500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Возводим обе части в квадрат:

$$\frac{GM}{R} = 30.25 \cdot 10^6 \rightarrow M = \frac{30.25 \cdot 10^6 \cdot R}{G}$$

После подстановки получаем $M = 3.9325 \cdot 10^{24}$ кг.