

Московская предпрофессиональная олимпиада школьников. Математика. 10 класс. Теоретический тур отборочного этапа, 2024/25

5 ноя 2024 г., 10:00 — 20 ноя 2024 г., 23:59

№ 1, вариант 1

10 баллов

Известно, что 15-значное число состоит из пяти нулей, шести единиц и четырёх двоек, причём никакие две двойки не стоят рядом. Сколько существует таких чисел?

Число

№ 1, вариант 2

10 баллов

Известно, что 16-значное число состоит из семи нулей, четырёх единиц и пяти четвёрок, причём никакие две четвёрки не стоят рядом. Сколько существует таких чисел?

Число

№ 2, вариант 1

10 баллов

В треугольнике DEF проведены высоты DD_1 и EE_1 . O — центр описанной окружности. OF и D_1E_1 пересекаются в точке H . Найдите FH , если $DF = 3\sqrt{2}$, $\angle F = 60^\circ$, $\angle D = 45^\circ$.

Число

№ 2, вариант 2

10 баллов

В треугольнике DEF проведены высоты DD_1 и EE_1 . O — центр описанной окружности. OF и D_1E_1 пересекаются в точке H . Найдите FH , если $DF = 5\sqrt{6}$, $\angle F = 45^\circ$, $\angle D = 60^\circ$.

Число

№ 3, вариант 1

15 баллов

Сумма первых девятнадцати членов арифметической прогрессии, состоящей из различных нечётных натуральных чисел, равна 627. Найдите одиннадцатый член этой прогрессии.

Число

№ 3, вариант 2

15 баллов

Сумма первых двадцати трех членов арифметической прогрессии, состоящей из различных чётных натуральных чисел, равна 966. Найдите пятый член этой прогрессии.

Число

№ 4, вариант 1

15 баллов

При каком наименьшем значении параметра a единственное решение имеет уравнение

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} + \sqrt{x+15} = a?$$

Число

№ 4, вариант 2

15 баллов

При каком наименьшем значении параметра a единственное решение имеет уравнение

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x+7} + \sqrt{x+34} = a?$$

Число

№ 5, вариант 1

25 баллов

Найти $\max(y - 3x)$, если

$$\begin{cases} |x+3| + |x-5| \leq 8 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \\ x(y-x)y \geq 0 \end{cases}$$

Число

№ 5, вариант 2

25 баллов

Найти $\max(x + 3y)$, если

$$\begin{cases} |y+3| + |y-2| \leq 5 \\ x^2 + y^2 \leq 8 \\ x(y-x)y \geq 0 \end{cases}$$

Число

№ 6, вариант 1

25 баллов

Найдите значения параметра p , при котором уравнение

$$(x^2 + x + 1)^2 = 3x^2((p+1)x^2 + x + 1)$$

имеет ровно три решения. В ответ запишите сумму этих значений.

Число или дробь

№ 6, вариант 2

25 баллов

Найдите значения параметра p , при котором уравнение

$$(x^2 - x + 1)^2 = 3x^2(x^2 - x + 1 - 2px^2)$$

имеет ровно три решения. В ответ запишите сумму этих значений.

Число или дробь