

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ. РОБОТОТЕХНИКА.
2024–2025 УЧ. Г. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. 5–6 КЛАССЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

Максимальный балл за работу – 50.

Уважаемые участники!

Для задач №1 и №2 достаточно привести только ответ. Для задач с №3 по №6 приведите подробное решение. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

1. В попытке участвовали роботы Аз, Буки, Веди, Глаголь, Добро. У роботов два, три, четыре, пять и шесть колёс. Среди роботов нет двух таких, у которых одинаковое число колёс. Известно, что:

- робот Аз имеет больше колёс, чем робот Веди
- робот Веди имеет больше колёс, чем робот Глаголь
- у роботов Добро и Аз нечётное число колёс

Определите, сколько колёс у каждого из роботов. В ответ запишите последовательность заглавных букв, соответствующих первым буквам названий роботов, в порядке *увеличения* числа колёс, например АБВГД.

Ответ: ГДВАБ

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

Будем обозначать роботов первыми буквами их названий. Поскольку среди роботов нет двух таких, у которых одинаковое число колёс, то для каждого из роботов можно указать, сколько у него колёс.

У робота Аз больше колёс, чем у робота Веди, у робота Веди больше колёс, чем у робота Глаголь. Значит, у робота Аз больше трёх колёс.

У роботов Добро и Аз нечётное число колёс. Значит, у них либо 3, либо 5 колёс. Получается, что у робота Аз 5 колёс, а у робота Добро – 3 колеса.

Значит, у робота Веди – 4 колеса, а у робота Глаголь – 2 колеса. Получается, что у робота Буки 6 колёс.

Расположим первые буквы названий роботов в порядке увеличения числа колёс, от меньшего к большему. Получим ответ ГДВАБ.

| № п/п | Критерий | Баллы |
|-------|-------------------------------|-------|
| 1 | Приведён верный ответ (ГДВАБ) | 5 |
| 2 | Во всех других случаях | 0 |

2. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами радиуса 6 см. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Ширина колеи равна 3 дм.

Робот выполнил следующие два действия последовательно:

- 1) поворот вокруг колеса В на 180° ;
- 2) поворот вокруг точки, расположенной посередине между колёс на 180° .

Определите, на каком расстоянии от своего первоначального положения оказалась точка, расположенная в центре колеса А, после окончания второго действия. Ответ дайте в сантиметрах.

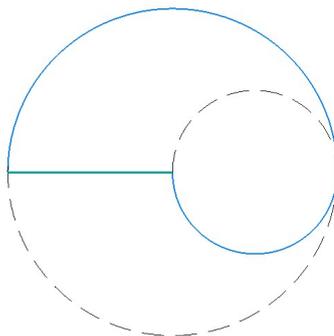
Ответ: 30 см

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

$$3 \text{ дм} = 30 \text{ см}$$

Изобразим траекторию движения точки, расположенной в центре колеса А.



После первого движения робота центр колеса А окажется на расстоянии $2 \cdot 30 = 60 \text{ см}$

от своего первоначального положения.

После второго движения центр колеса А переместится на 30 см ближе к первоначальному положению.

Таким образом, расстояние, на которое переместится центр колеса А, будет равно:

$$60 - 30 = 30 \text{ см}$$

| № п/п | Критерий | Баллы |
|-------|---|-------|
| 1 | Приведён верный ответ (30 см) | 5 |
| 2 | Дан верный ответ, но в неверных единицах измерения (3 дм) | 3 |
| 3 | Во всех других случаях | 0 |

3. Из нескольких шестерёнок и мотора Вася собрал двухступенчатую передачу. На оси мотора находится шестерёнка с 40 зубьями, на ведомой оси первой ступени – шестерёнка с 8 зубьями, на ведущей оси второй ступени – шестерёнка с 32 зубьями, на ведомой оси передачи – шестерёнка с 16 зубьями.

На ведомую ось передачи Вася посадил сделанные из картона лопасти вентилятора.

А. Определите, во сколько раз ведомая ось передачи вращается быстрее, чем ось мотора.

Ответ: в 10 раз быстрее

За верный ответ – 5 баллов.

Б. После включения программы лопасти начали совершать по 40 оборотов за одну минуту. Определите, сколько оборотов совершает ось мотора за 90 секунд.

Ответ: 6 оборотов

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

Определим, во сколько раз ведомая ось передачи вращается быстрее, чем ось мотора.

$$\frac{40}{8} \cdot \frac{32}{16} = 5 \cdot 2 = 10 \text{ (раз)}$$

Определим число оборотов, которое совершает ось мотора за одну минуту.

$$40 : 10 = 4 \text{ (об.)}$$

Определим число оборотов, которое совершит ось мотора за 90 секунд.

$$4 \cdot 90 : 60 = 6 \text{ (об.)}$$

| № п/п | Критерий | Баллы |
|----------------|---|-------|
| Пункт А | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (в 10 раз быстрее) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (в 10 раз быстрее) | 3 |
| 3 | В остальных случаях | 0 |
| Пункт Б | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (6 об.) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (6 об.) | 3 |
| 3 | В остальных случаях | 0 |

4. Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, длина окружности каждого из колёс равна 15 см. Колёса напрямую подсоединены к моторам.

Посередине между колёс робота закреплена кисть. Робот с помощью кисти начертил прямоугольник АВСЕ. При проезде по стороне АВ оси моторов повернулись на 3600° . При проезде по стороне ВС каждое из колёс совершило на 2 оборота больше, чем при проезде по стороне АВ.

А. Определите длину стороны ВС. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: 180 см

За верный ответ – 5 баллов.

Б. Определите площадь прямоугольника АВСЕ. Ответ дайте в квадратных дециметрах.

Ответ: 270 дм²

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

$3600 : 360 = 10$ (об.) – число оборотов колеса при проезде по АВ

$10 + 2 = 12$ (об.) – число оборотов колеса при проезде по ВС

$10 \cdot 15 = 150$ (см) – длина стороны АВ

$12 \cdot 15 = 180$ (см) – длина стороны ВС

$150 \text{ см} = 15 \text{ дм}$

$180 \text{ см} = 18 \text{ дм}$

$15 \cdot 18 = 270$ (дм²) – площадь прямоугольника АВСЕ

| № п/п | Критерий | Баллы |
|----------------|---|-------|
| Пункт А | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (180 см) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (180 см) | 3 |
| 3 | Приведено полное решение. Решение верное по сути, но содержит одну ошибку | 2 |
| 4 | Ответ приведён не с требуемой точностью | -1 |
| 5 | Ответ приведён не в требуемых единицах измерения | -1 |
| 6 | В остальных случаях | 0 |
| Пункт Б | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (270 дм ²) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (270 дм ²) | 3 |
| 3 | Приведено полное решение. Решение верное по сути, но содержит одну ошибку | 2 |

| | | |
|---|--|----|
| 4 | Ответ приведён не с требуемой точностью | -1 |
| 5 | Ответ приведён не в требуемых единицах измерения | -1 |
| 6 | В остальных случаях | 0 |

5. Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение выпуклого шестиугольника АВСЕНК при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.

Известно, что угол А равен углу Е, угол В в 2 раза больше, чем угол А, угол Н в 2 раза больше, чем угол Е, градусная мера угла С на 40° меньше, чем градусная мера угла В, градусная мера угла С на 20° меньше, чем градусная мера угла К. Все повороты робот должен совершать на месте. Робот не может ехать назад.

А. Определите величину угла А. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 78°

За верный ответ – 5 баллов.

Б. Определите минимальный суммарный угол поворота робота при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 258°

За верный ответ – 5 баллов.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Сумма внутренних углов выпуклого n -угольника можно определить по формуле $180^\circ \cdot (n - 2)$.

Решение

Посчитаем, чему равна сумма углов выпуклого шестиугольника.

$$180^\circ \cdot (6 - 2) = 720^\circ$$

Чтобы определить угол поворота робота, надо определить градусные меры углов многоугольника.

Обозначим за x градусную меру угла А.

Тогда градусная мера угла Е равна x .

Градусная мера угла В равна $2x$.

Градусная мера угла Н равна $2x$.

Градусная мера угла С равна $2x - 40$.

Градусная мера угла К равна $2x - 40 + 20 = 2x - 20$.

Так как сумма углов выпуклого шестиугольника равна 720° , то составим уравнение.

$$\begin{aligned}x + 2x + 2x - 40 + x + 2x + 2x - 20 &= 720 \\10x - 60 &= 720 \\10x &= 780 \\x &= 78\end{aligned}$$

Значит, углы А и Е равны 78° , угол В и угол Н равны 156° , угол С равен 116° , угол К равен 136° .

Сумма углов поворота робота зависит от точки старта. Направление обхода траектории не имеет значения. По условию задачи робот не может ехать назад.

В качестве точки старта выгоднее всего выбрать вершину угла, градусная мера которого минимальна из указанных углов, то есть выгоднее всего стартовать в вершинах углов А или Е.

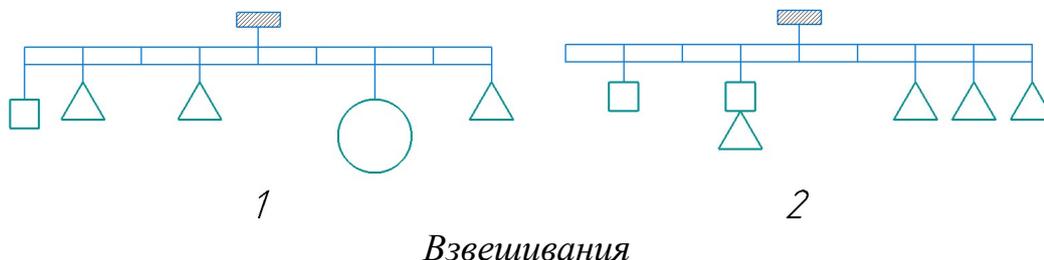
Посчитаем градусную меру минимального суммарного угла поворота, если робот стартует, например, из вершины А.

$$\begin{aligned}(180^\circ - 156^\circ) + (180^\circ - 116^\circ) + (180^\circ - 78^\circ) + (180^\circ - 156^\circ) + \\+ (180^\circ - 136^\circ) &= 24^\circ + 64^\circ + 102^\circ + 24^\circ + 44^\circ = 258^\circ\end{aligned}$$

Градусная мера минимального суммарного угла поворота робота равна 258° .

| № п/п | Критерий | Баллы |
|----------------|--|-------|
| Пункт А | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (78°) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (78°) | 3 |
| 3 | Приведено полное решение. Решение верное по сути, но содержит одну ошибку | 2 |
| 4 | В остальных случаях | 0 |
| Пункт Б | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (258°) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (258°) | 3 |
| 3 | Приведено полное решение. Решение верное по сути, но содержит одну ошибку | 2 |
| 4 | В остальных случаях | 0 |

6. В наборе есть шар, несколько одинаковых кубов и несколько одинаковых треугольных пирамид. С помощью равноплечных весов (балку подвесили на штатив) элементы из набора смогли уравновесить. Произвели два взвешивания (см. *Взвешивания*).



Известно, что длина балки весов равна 1 м 20 см. Для удобства использования весов поперёк балки сделали засечки, расположенные на равном расстоянии друг от друга. Балка подвешена за середину. Масса одной пирамиды равна 80 г. Массой балки и крепёжных элементов можно пренебречь.

А. Определите массу одного куба. Ответ дайте в граммах.

Ответ: 160 г

За верный ответ – 5 баллов.

Б. Определите массу одного шара. Ответ дайте в граммах.

Ответ: 320 г

За верный ответ – 5 баллов.

Решение

Балка разделена засечками на равные части. Так как длина рычага не имеет значения, а важно только соотношение между длинами плечей, то при записи условия равновесия рычага будем измерять плечи в количестве частей.

Обозначим массу куба за x . Тогда определим массу одного куба, решив уравнение равновесия по рисунку 2.

$$\begin{aligned}1 \cdot x + 3 \cdot x + 1 \cdot 80 &= 2 \cdot 80 + 3 \cdot 80 + 4 \cdot 80 \\4x + 80 &= 720 \\4x &= 640 \\x &= 160\end{aligned}$$

Масса куба равна 160 грамм.

Обозначим массу шара за y . Тогда определим массу одного куба, решив уравнение равновесия по рисунку 1.

$$\begin{aligned}4 \cdot 160 + 3 \cdot 80 + 1 \cdot 80 &= 2 \cdot y + 4 \cdot 80 \\2y &= 4 \cdot 160 \\y &= 320\end{aligned}$$

Масса шара равна 320 грамм.

Московская олимпиада школьников. Робототехника. 2024–2025 уч. г.
Заключительный этап. 5–6 классы. Теоретический тур

| № п/п | Критерий | Баллы |
|----------------|--|--------------|
| Пункт А | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (160 г) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (160 г) | 3 |
| 3 | В остальных случаях | 0 |
| Пункт Б | | |
| 1 | Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (320 г) | 5 |
| 2 | Приведён только верный ответ (320 г) | 3 |
| 3 | В остальных случаях | 0 |

Максимальный балл за работу – 50.